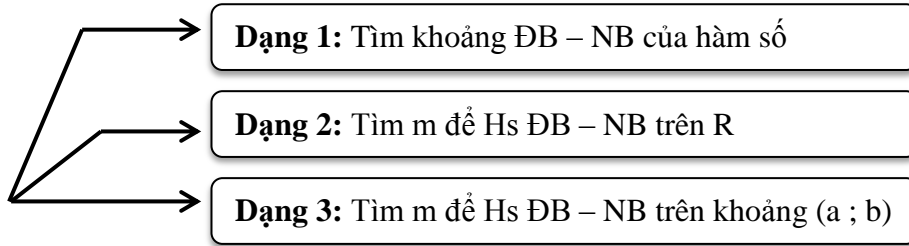


# CHUYÊN ĐỀ 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ



## DẠNG 1: TÌM KHOẢNG ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

### Loại 1: Hàm số bậc ba

Mẫu 1. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$

- (0; 2)                        $(-\infty; 2)$                         $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$                         $(0; +\infty)$

Mẫu 2. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$

- (0; 1)                        $(0; +\infty)$                        R                        $(-\infty; 0)$

Mẫu 3. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$

- $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$                         $(-\infty; +\infty)$                         $(2; +\infty)$                         $(-\infty; 2)$

☆☆☆

### Loại 2: Hàm số trùng phương

Mẫu 4. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$

- $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$                         $(-1; 0)$                         $(-1; 1)$                         $(-1; +\infty)$

Mẫu 5. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = -x^4 - 2x^2 + 5$

- $(0; +\infty)$                         $(-\infty; 0)$                        R                        $(-1; 1)$

☆☆☆

### Loại 3: Hàm phân thức.

Mẫu 6. Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  nghịch biến trên khoảng nào

- R                        $(1; +\infty)$                         $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$                         $(-\infty; 1)$

Mẫu 7. Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$

- $(-2; 0)$                         $(-2; +\infty)$                         $(-\infty; -2)$  và  $(0; +\infty)$                         $(-\infty; 0)$

☆☆☆

### Loại 4: Hàm số khác.

Mẫu 8. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = x + \frac{4}{x}$

- $(-2; 2)$                         $(2; +\infty)$                         $(-2; 0)$  và  $(0; 2)$                         $(-\infty; 2)$

Mẫu 9. Tìm khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{25 - x^2}$

- $(-5; 0)$                         $(0; 5)$                         $(-5; 5)$                         $(0; +\infty)$

Mẫu 10. Hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 3x + 2018$  nghịch biến trên khoảng nào

(0;3)

(0;+∞)

(3;+∞)

(1;3)

**DẠNG 2: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ ĐB – NB TRÊN R.**

**Mẫu 11.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^3 + mx^2 + x + m + 1$  đồng biến trên R

**Mẫu 12.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m + 2)x + 1$ . Tìm giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên R.

**Mẫu 13.** Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{mx + 3}{x + m + 2}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**Mẫu 14.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định.

10.  $0 \leq m \leq 3$     11.  $-2 \leq m \leq -1$     12.  $-3 < m < 1$     13.  $m \geq 3$ .

**DẠNG 3: TÌM M ĐỂ HÀM SỐ ĐB – NB TRÊN KHOẢNG (a;b)**

**Mẫu 15.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx + 2018$  nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$

$-3 < m < 1$

$m \geq 1$

$m > 0$

$m \geq 3$

**Mẫu 16.** Tập hợp giá trị của  $m$  để hàm số  $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$  đồng biến trên khoảng  $(-3;0)$

$\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

$\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$

$\left[-\frac{1}{3}; 0\right)$

**Mẫu 17.** Tìm tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

$m \leq 0$ .

$m \leq 3$ .

$m \geq 3$ .

$m \geq 0$ .

**Mẫu 18.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx + 4}{x + m}$  nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$

$-1 \leq m < 2$

$-1 < m < 2$

$-2 < m < 2$

$-2 < m < 1$

**Mẫu 19.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx - 9}{x - m}$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

$-3 < m \leq 2$

$-3 < m < 2$

$m \leq 2$

$2 \leq m < 3$

**PHẦN MỞ RỘNG - CASIO**

**Mẫu 20.** Tìm  $m$  để  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$  đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

$m \geq 0$

$m \leq 0$

$-\frac{5}{4} < m < 0$

$m > -\frac{5}{4}$

**Mẫu 21.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{\tan x + m}{m \tan x + 1}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

$(-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$

$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

$[0; +\infty)$

$(1; +\infty)$

**PHẦN 2. BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**DẠNG 1**

**Câu 1.** Hàm số  $y = x^3 - x^2 + 7x$

- Luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ 
 Luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$   
 Có khoảng đồng biến và nghịch biến.
 Nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

**Câu 2.** Hàm số  $y = -x^3 + x^2 + x$  có khoảng đồng biến là

- $(1; 3)$ 
  $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ 
  $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$ 
  $(-1; 3)$

**Câu 3.** Hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 3$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ 
  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$   
  $(-\infty; 0)$ 
  $(-1; 1)$

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- $y = \frac{x-1}{x+3}$ 
  $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$   
  $y = x^4 + 2x^2 + 3$ 
  $y = -x^3 - x - 2$

**Câu 5.** Tìm khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

- $(0; 1)$  và  $(1; 2)$ 
  $(0; 2)$   
  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ 
  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$

**Câu 6.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = -x^4 + 8x^2 - 1$  là:

- $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ 
  $(-\infty; 0)$  và  $(0; 2)$   
  $(-\infty; -2)$  và  $(2; +\infty)$ 
  $(-2; 0)$  và  $(2; +\infty)$

**Câu 7.** Đồ thị của hàm số nào luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

- $y = x^4 - 2x^2 + 1$ 
  $y = 3x^2 - 4x + 1$   
  $y = (2x + 1)^2$ 
  $y = -3x^3 - 2x + 1$

**Câu 8.** Hàm số  $y = x + \frac{1}{x}$ . Nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .
  $(-1; 0)$  và  $(0; 1)$ .  
  $\mathbb{R}$ .
 Không có.

**Câu 9.** Hàm số  $y = \frac{1}{x+1} - 2x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- $(-\infty; -1)$ .
  $(-1; +\infty)$ .
  $\mathbb{R}$ .
 Không có.

**Câu 10.** Hàm số  $y = \sqrt{2x - x^2}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- $(-\infty; 1)$ .     
   $(0; 1)$ .     
   $(1; 2)$ .     
   $(1; +\infty)$ .

**DẠNG 2**

**Câu 1.** Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - (m+1)x + 1$  đồng biến trên tập xác định của nó khi :

- $m > -1$      
   $-2 \leq m \leq -1$      
   $-2 < m < -1$      
   $m < -2$

**Câu 2.** Hàm số  $y = \frac{-2mx + m}{x - 1}$  tăng trên từng khoảng xác định của nó khi :

- $m \geq 0$      
   $m \leq 0$      
   $m \neq 1$      
   $m > 0$

**Câu 3.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x + m}{x - 2}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định.

- $m < -2$ .     
   $m \leq -2$ .     
   $m > -2$ .     
   $m \geq -2$ .

**Câu 4.** Hàm số  $y = \frac{-x^2 + mx - 2}{x + 1}$  giảm trên từng khoảng xác định khi:

- $m < -3$      
   $m \geq 3$      
   $m \leq -3$      
   $m \in \emptyset$

**Câu 5.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx + 7m - 8}{x - m}$  đồng biến trên từng khoảng xác định.

- $-8 < m < 1$ .     
   $-8 \leq m \leq 1$ .     
   $-4 < m < 1$ .     
   $-4 \leq m \leq 1$ .

**Câu 6.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 - mx + 2}{x - 1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định.

- $m \geq 3$ .     
   $m < 3$ .  
  $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$ .     
   $m < -2\sqrt{2}$  hoặc  $m > 2\sqrt{2}$ .

**Câu 7.** Tìm tham số  $m$  để hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x + 7$  luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- $m > 1$ .     
   $m = 2$ .     
   $m \leq 1$ .     
   $m \geq 2$ .

**Câu 8.** Cho  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$      
   $-2 \leq m \leq -1$      
   $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$      
   $-2 < m < -1$

**Câu 9.** Có bao nhiêu tham số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3-2m)x + m$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- 1     
  Vô số     
  Không có     
  2



**DANG 3**

**Câu 1.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 10$  đồng biến trên khoảng  $(0;3)$ .

- $m \geq \frac{12}{7}$ .                     
  $m < \frac{12}{7}$ .                     
  $m \in \mathbb{R}$ .                     
  $m > \frac{7}{12}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ . Tìm  $m$  để đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng  $(1;2)$

- $m \leq 1$                      
  $m < 0$                      
  $0 \leq m \leq 1$                      
  $m \leq 0$

**Câu 3.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$  đồng biến trên khoảng  $(-2;0)$

- $m \geq -\frac{13}{2}$                      
  $m \geq -2\sqrt{3}$                      
  $m \leq 2\sqrt{3}$                      
  $m \geq \frac{13}{2}$

**Câu 4.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$  đồng biến trên khoảng  $(-2;0)$

- A.**  $m \geq -\frac{13}{2}$                      
**B.**  $m \geq -2\sqrt{3}$                      
**C.**  $m \leq 2\sqrt{3}$                      
**D.**  $m \geq \frac{13}{2}$

**Câu 5.** Tìm số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 4m$  nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .

- $m < 10$ .                     
  $m > 10$ .                     
  $m \leq -10$ .                     
  $m > 5$ .

**Câu 6.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x}{x-m}$  đồng biến trên khoảng  $(2;+\infty)$ .

- $m < 0$ .                     
  $m \leq 0$ .                     
  $m < 2$ .                     
  $m \leq 2$ .

**Câu 7.** Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-1;+\infty)$

- $m < 1$                      
  $m > 2$                      
  $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$                      
  $1 \leq m < 2$

**Câu 8.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-m}$  nghịch biến trên khoảng  $(4;16)$

- $m \geq 4$                      
  $m > 3$                      
  $m = \frac{33}{16}$                      
  $3 < m \leq 4$

**Câu 9.** Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$  nghịch biến trên  $(0;1)$

- $[-1;+\infty)$                      
  $(-\infty;0]$                      
  $[0;1]$                      
  $[-1;0]$

**Câu 10.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + 4x}{2x + m}$  đồng biến trên nửa khoảng  $[1;+\infty)$

- $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$                      
  $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]$                      
  $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right) \setminus \{0\}$                      
  $\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)$

☆☆☆☆

**PHẦN MỞ RỘNG – CASIO**

**Câu 1.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$  nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3

- $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$ 
  $0 < m < 6$ 
  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 6 \end{cases}$ 
  $0 \leq m \leq 6$

**Câu 2.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \sin x + \cos x + mx$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$ 
  $m \leq -\sqrt{2}$ 
  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ 
  $m \geq \sqrt{2}$

**Câu 3.** Cho  $m, n$  không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của  $m, n$  để hàm số  $y = m \sin x - n \cos x - 3x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- $m^3 + n^3 \geq 9$ 
  $m^3 + n^3 \leq 9$ 
  $m = 2, n = 1$ 
  $m^2 + n^2 \leq 9$

**Câu 4.** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{(1-m^2)\tan^2 x + m^2 + 1}{\tan^2 x + 3}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

- $-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ 
  $m < -\frac{1}{\sqrt{2}}$  hoặc  $m > \frac{1}{\sqrt{2}}$ 
  
  $-\frac{1}{\sqrt{2}} < m < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 
  $0 < m < \frac{1}{\sqrt{2}}$

**Câu 5.** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx - \sin x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- $m > 1$ 
  $m \geq -1$ 
  $m \geq 1$ 
  $m \geq 0$

**Câu 6.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^3 + (m+2)x^2 - (2m-1)x + m$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- 7
 8
 9
 10

**Câu 7.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + mx$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- $m > -2.$ 
  $m > 0.$ 
  $m > -1.$ 
  $m > 1.$

**Câu 8.** Hàm số  $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}}$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- $(-\infty; -1)$  và  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ 
  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ 
  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ 
  $(-\infty; -1)$

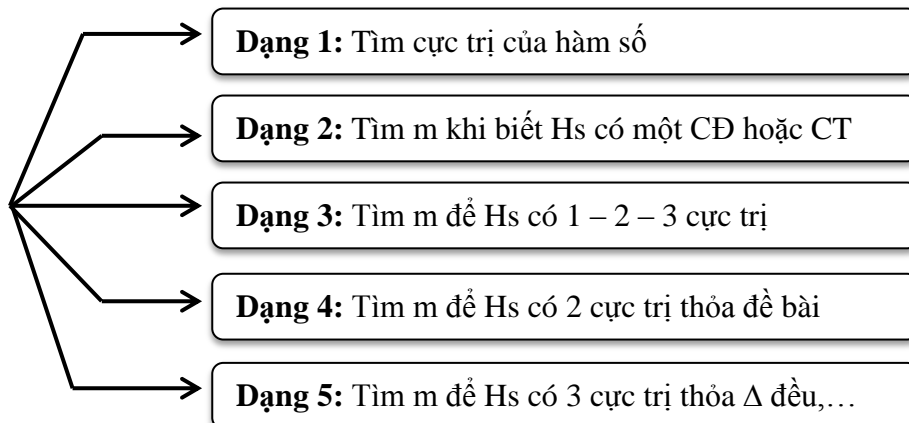
**Câu 9.** Tập giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{m+2}{3}x^3 - (m+2)x^2 - (3m-1)x + 7$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- $-2 \leq m < -\frac{1}{4}$ 
  $-2 < m \leq -\frac{1}{4}$ 
  $-2 < m < -\frac{1}{4}$ 
  $-2 \leq m \leq -\frac{1}{4}$

**Câu 10.** Tìm tập giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$

- $m \geq 1$ 
  $m \leq 2$ 
  $m \leq \frac{5}{4}$ 
  $m \leq 0$

## CHUYÊN ĐỀ 2: CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ



### DẠNG 1: TÌM ĐIỂM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

**Mẫu 1.** Hàm số  $y = -x^3 + 3x + 4$  có cực tiểu tại

**Mẫu 2.** Tìm giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

**Mẫu 3.** Tìm  $y_{CT}$  của hàm số  $y = \sqrt[3]{x^2} + 1$

**Mẫu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

1.  $x = -1$ . 2.  $y_{CT} = 0$ . 3.  $y_{CT} = 1$  4. 2

### DẠNG 2: TÌM M KHI BIẾT HS CÓ MỘT CĐ HOẶC CT

**Mẫu 5.** Tìm m để hàm số  $y = x^3 - (m+2)x + m + 1$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$

**Mẫu 6.** Hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - m \cdot \frac{x^2}{2} + (2m-4)x + 1$  đạt cực đại tại  $x = 2$ .

9.  $m = 10$  10.  $m > 4$ .

### DẠNG 3: TÌM M ĐỂ HS CÓ 1 – 2 – 3 CỰC TRỊ

**Mẫu 7.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m+2)x^2 + mx$ . Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu

$-\frac{4}{5} < m \neq 1$      
   $m > -\frac{4}{5}$      
   $m < -\frac{4}{5}$      
   $m < 1$

**Mẫu 8.** Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$  có 3 điểm cực trị

$m < 1$      
   $m > 1$      
   $m > 0$      
   $m < 0$

**Mẫu 9.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số  $y = mx^4 + (m-1)x + 1 - 2m$  chỉ có một cực trị

$m \geq 0$      
   $m \leq 0$      
   $0 \leq m \leq 1$      
   $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

**DẠNG 4: TÌM M ĐỂ HS CÓ 2 CỰC TRI THỎA ĐIỀU KIỆN VIET**

**Mẫu 10.** Tìm m để Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3$

- $m = -2.$ 
  $m = \frac{3}{2}.$ 
  $m = 1.$ 
  $m = \frac{1}{2}.$

**Mẫu 11.** Mẫu Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ . Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A và B sao cho  $AB = \sqrt{20}$ .

- $m = \pm 1.$ 
  $m = \pm 2.$ 
  $m = 1; m = 2.$ 
  $m = 1.$

**DẠNG 5: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG QUA CÁC ĐIỂM CỰC TRI**

**Mẫu 12.** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 - x + 1$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số trên.

**Mẫu 13.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  (C). Đường thẳng đi qua A(-1; 1) và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là.

12.  $y = -\frac{14}{9}x + \frac{7}{9}$     13.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

**DẠNG 6: TÌM M ĐỂ HS CÓ 3 CỰC TRI THỎA  $\Delta$  ĐỀU, VUÔNG, ...**

**Mẫu 14.** Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = 2x^4 - mx^2 + 1$  có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

- $m = 1$ 
  $m = 2\sqrt[3]{2}.$ 
  $m = \sqrt[3]{2}$ 
  $m = 2$

**Mẫu 15.** Tìm tham số m để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

- $m = 1$ 
  $m = 3$ 
  $m = \sqrt{3}$ 
  $m = \sqrt[3]{3}.$

**Mẫu 16.** Tìm m để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + 2$  có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- $m = 1$ 
  $m = 2$ 
  $m = 3$ 
  $m = 4$



**PHẦN 2: BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**DANG 1**

**Câu 1.** Tìm giá trị cực đại  $y_{CD}$  của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ .

- $-3 + 4\sqrt{2}$      
   $3 - 4\sqrt{2}$      
   $3 + 4\sqrt{2}$      
   $-3 - 4\sqrt{2}$

**Câu 2.** Tìm giá trị cực tiểu  $y_{CT}$  của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

- $y_{CT} = 2$      
   $y_{CT} = -1$      
   $y_{CT} = 1$      
   $y_{CT} = 0$

**Câu 3.** Hàm số  $f$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x+1)^2(2x-1)$  số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

- 1     
  2     
  3     
  0

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình dưới. Hãy chọn khẳng định đúng

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$y'$	+		-	+
$y$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

- Hàm số giá trị cực tiểu bằng 1  
 Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị bé nhất bằng -1  
 Hàm số có đúng một cực trị  
 Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$

**Câu 5.** Số điểm cực tiểu của hàm số  $y = \sqrt{16 - x^{2016}}$

- 0     
  1     
  2016     
  2015

**Câu 6.** Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$

- $x_{CD} = 3$      
   $x_{CD} = 6$      
   $x_{CD} = \sqrt{6}$      
  Không có

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$ . Tổng lập phương giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho

- 27     
  26     
  -8     
  28

**Câu 8.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + ax + b$  có điểm cực tiểu  $A(2; -2)$  thì tổng  $a + b$  có giá trị bằng

- 2     
  2     
  -3     
  3

**Câu 9.** Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x$  là

- $y_{CD} + y_{CT} = 0$      
   $2y_{CT} = 3y_{CD}$      
   $y_{CT} = y_{CD}$      
   $y_{CT} = 2y_{CD}$

**Câu 10.** Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  bằng

- 2     
   $2\sqrt{5}$      
  4     
   $4\sqrt{5}$

**DẠNG 2 - 3**

**Câu 1.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx$  đạt cực đại tại  $x = 2$ .

- $m = 0$ .                        $m \neq 0$ .                        $m > 0$ .                        $m < 0$ .

**Câu 2.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 2x + 1$  đạt cực đại tại  $x = 1$ .

- Không tồn tại  $m$ .                       Có vô số  $m$ .                        $m = 6$ .                        $m = \frac{5}{2}$ .

**Câu 3.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 1}$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$

- $m = -1$                         $m = 1$                         $m = \pm 1$                        Không có  $m$

**Câu 4.** Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$  đạt cực đại tại  $x = 1$

- $m = -2$                         $m = -1$                         $m = 2$                         $m = 1$

**Câu 5.** Hàm số  $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x$ . Tìm  $m$  để hàm số có cực đại và cực tiểu.

- $m = 3$ .                        $m \neq 3$ .                       Không có giá trị  $m$ .                        $\forall m$ .

**Câu 6.** Hàm số  $y = (m + 2)x^3 + 3x^2 + mx + m$ . Tìm  $m$  để hàm số có cực đại và cực tiểu.

- $m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$ .                        $m \in (-3; 1)$ .  
  $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ .                        $m > -3$ .

**Câu 7.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m - 1)x^2 + 1 - 2m$  chỉ có một cực trị

- $m \geq 0$                         $m \leq 0$                         $0 \leq m \leq 1$                         $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

**Câu 8.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 - (m + 1)x^2 + 2m - 1$  có 3 điểm cực trị?

- $m > -1$                         $m < -1$                         $-1 < m < 0$                         $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$

**Câu 9.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (1 - m)x^3 - 3x^2 + 3x - 5$  có cực trị

- $m < 1$                         $m > -1$                         $0 < m \neq 1$                         $m > 0$

**Câu 10.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = mx^4 + (2m - 1)x^2 + m - 2$  chỉ có cực đại và không có cực tiểu.

- $m \leq 1$                         $m \leq 0$                         $m \geq 0$                         $m \geq 1$

**DANG 4 – 5 - 6**

**Câu 1.** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x^2 - x + 1$  là

- $y = -\frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$      
   $y = \frac{38}{9}x + \frac{5}{9}$      
   $y = \frac{38}{9}x - \frac{5}{9}$      
  Đáp án khác

**Câu 2.** Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 1$

- $\frac{1}{3}$      
   $-\frac{10}{3}$      
   $\frac{10}{3}$      
   $-\frac{1}{3}$

Cho hàm số  $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ . Tìm  $m$  để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số (1) song song với đường thẳng  $y = -4x + 1$

- $\begin{cases} m=1 \\ m=5 \end{cases}$      
   $m=1$      
   $m=5$      
   $m=3$

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$  có 2 cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 2$

- $m = \pm 3$      
   $m = 2$      
   $m = 0$      
   $m = \pm 1$

**Câu 4.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1; x_2$  thỏa  $|x_1 + x_2| = 4$

- $m = \pm 2$      
   $m = -2$      
  Không tồn tại  $m$      
   $m = 2$

**Câu 5.** Tính khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - mx + m}{x - 1}$ .

- $2\sqrt{5}$ .     
   $5\sqrt{2}$ .     
   $4\sqrt{5}$ .     
   $\sqrt{5}$ .

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$  có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 243 là

- $m = \sqrt[3]{3}$      
   $m = 1$      
   $m = 2$      
   $m = 9$

**Câu 7.** Gọi  $A, B, C$  là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ . Tính diện tích  $S$  của tam giác  $ABC$ .

- $S = 4$ .     
   $S = 3$ .     
   $S = 2$ .     
   $S = 1$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx + 1$ . Tìm  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A, với  $A(2;3)$

- $m = -\frac{1}{2}$      
   $m = -\frac{3}{2}$      
   $m = \frac{1}{2}$      
   $m = \frac{3}{2}$

**Câu 9.** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$  có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác vuông cân.

- $m = 0$ 
                         
   $m = -1$ 
                         
   $m = 2$ 
                         
   $m = 1$

**Câu 10.** Tìm các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m - 3$  có 3 cực trị lập thành một tam giác cân

- $m \geq 0$ 
                         
   $m = 1$ 
                         
   $m > 0$ 
                         
   $m < 3$

☆☆☆☆

**PHẦN MỞ RỘNG – CASIO**

**Câu 1.** Hàm số  $y = x^3(1-x)^2$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- 1
                         
  2
                         
  3
                         
  4

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 15x$ . Tìm  $m$  để hàm số có hai cực trị  $x_1; x_2$  thỏa  $x_1 + 2x_2 = 1$

- $\begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$ 
                         
   $m = 2$ 
                         
   $m = 0$ 
                         
   $m = \frac{2}{3}$

**Câu 3.** Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{6}(m+2)x^4 - (m-1)x^2 + 5$  có đúng một cực tiểu

- $-2 \leq m < 1$ 
                         
   $-2 \leq m$ 
                         
   $m \leq 1$ 
                         
   $m > 1$

**Câu 4.** Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = x^3 - (m^2 - m - 2)x^2 + (m^{2016} - 2017)x + 2018$  có hai điểm cực trị cách đều trục tung

- $m = 1$ 
                         
   $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ 
                         
   $m = 2$ 
                         
   $m = -1$

**Câu 5.** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$  có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ

- $m = \pm 1$ 
                         
   $m = \pm \frac{1}{2}$ 
                         
   $m = \frac{1}{2}$ 
                         
   $m = -\frac{1}{2}$

**Câu 6.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2m^2x^2 + 2m$  có ba điểm cực trị A, B, C sao cho O, A, B, C là các đỉnh của hình thoi

- $m = -1$ 
                         
   $m = 1$ 
                         
   $m = 2$ 
                         
   $m = 3$

**Câu 7.** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$  chỉ có cực tiểu mà không có cực đại

- $m = 0$ 
                         
   $-1 \leq m < 0$ 
                         
   $m = 2$ 
                         
   $m = -1$

**Câu 8.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m-1)x + 2$  có hai điểm cực trị nằm bên trái trục tung

- $1 < m < 2$ 
                         
   $m > 1$ 
                         
   $m < 2$ 
                         
   $m < 1$

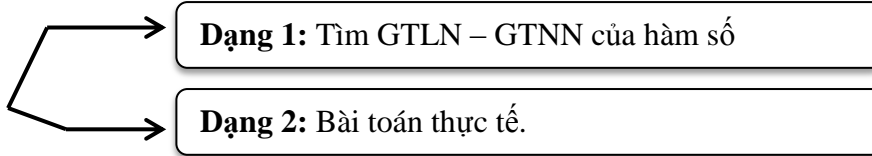
**Câu 9.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$  có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung

- $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$    
  $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$    
  $-1 < m < 1$    
  $-1 \leq m \leq 1$

**Câu 10.** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m - 2)x^2 + (5m + 4)x + 3m + 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 < 2 < x_2$ .

- $m > 0$ .   
  $m > -1$ .   
  $m < 0$ .   
  $m < -1$ .

## CHUYÊN ĐỀ 3: GTLN – GTNN CỦA HÀM SỐ



### DẠNG 1: TÌM GTLN – GTNN CỦA HÀM SỐ

**Mẫu 1.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$  trên đoạn  $[2; 5]$ .

- $\max_{[2;5]} y = -1.$      
   $\max_{[2;5]} y = \frac{11}{4}.$      
   $\max_{[2;5]} y = 1.$      
   $\max_{[2;5]} y = -\frac{11}{4}$

**Mẫu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  trên đoạn  $[-1; 3]$ .

- $m = 2\sqrt{2}.$      
   $m = \frac{5}{2}.$      
   $m = 2.$      
   $m = 2\sqrt{3}.$

**Mẫu 3.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số  $y = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x}$  trên tập xác định.

- $M = 2.$      
   $M = 5.$      
   $M = 3.$      
   $M = 4.$

**Mẫu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  trên  $(1; +\infty)$

- $m = 3$      
   $m = 2$      
   $m = 1$      
   $m = 0$

**Mẫu 5.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -x^2 + 4x - m$  trên đoạn  $[-1; 3]$  là 10. Khi đó giá trị của m bằng bao nhiêu?

- 3     
  -15     
  -6     
  -7

**Mẫu 6.** Tìm giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{2x + m - 1}{x + 1}$  trên đoạn  $[1; 2]$  bằng 1

- $m = 1$      
   $m = 2$      
   $m = 3$      
   $m = 0$

### DẠNG 2: BÀI TOÁN THỰC TẾ

**Mẫu 7.** Một nhà máy sản xuất sữa cần thiết kế một loại bao bì mới có dạng hình hộp đứng với thể tích  $1 \text{ dm}^3$ , đáy là hình vuông cạnh x. Tìm x sao cho nguyên vật liệu làm bao bì nhỏ nhất

14. Đáp số:  $x = 1$

**Mẫu 8.** Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh là 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm bìa đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh x, rồi gấp tấm nhôm để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hình hộp nhận được thể tích lớn nhất ?

15. Đáp số:  $x = 2$

**PHẦN MỞ RỘNG - CASIO**

**Câu 1.** Tìm GTNN của hàm số  $y = \sqrt{3-2x}$  trên đoạn  $[-1;1]$

- Min  $y = 1$                        Min  $y = 2$                        Min  $y = 3$                        Min  $y = 4$

**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = |x^2 - 4x + 3|$  trên đoạn  $[0;3]$

- Maxy = 3                       Maxy = 4                       Maxy = 5                       Maxy = 6

**Câu 3.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$  trên  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

- Maxy = 1                       Maxy = 2                       Maxy = 3                       Maxy = 4

**Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\sin^4 x + \cos 2x + 5$  trên tập xác định.

- $\min_{\mathbb{R}} y = \frac{11}{4}$ .                        $\min_{\mathbb{R}} y = \frac{11}{2}$ .                        $\min_{\mathbb{R}} y = 2$ .                        $\min_{\mathbb{R}} y = 3$ .

**Câu 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \left(\frac{1+x}{\sqrt{x}}\right)^3 - 3\frac{1+x}{\sqrt{x}} + 2$

- Miny = 3                       Miny = 4                       Miny = 5                       Miny = 6

**Câu 6.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \sin^4 x + \cos^4 x - \sin x \cos x$  trên tập xác định.

- $M = \frac{1}{2}$ .                        $M = \frac{9}{8}$ .                        $M = \frac{1}{4}$ .                        $M = \frac{3}{4}$ .

**Câu 7.** Tính diện tích lớn nhất  $S_{\max}$  của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng  $5\sqrt{2}$ .

- $S_{\max} = \frac{25}{8}$ .                        $S_{\max} = \frac{25}{4}$ .                        $S_{\max} = \frac{25}{2}$ .                        $S_{\max} = 25$ .

**Câu 8.** Chu vi của một tam giác là  $16cm$ , biết độ dài một cạnh của tam giác là  $a = 6cm$ . Tìm độ dài hai cạnh còn lại  $b, c$  của tam giác sao cho tam giác đó có diện tích lớn nhất.

- $b = 4cm; c = 6cm$ .                        $b = 3cm; c = 7cm$ .  
  $b = 2cm; c = 8cm$ .                        $b = c = 5cm$ .

**Câu 9.** Cho một hình chữ nhật có diện tích  $S = 100$ . Tính chiều rộng  $x$  và chiều dài  $y$  tương ứng thỏa điều kiện chu vi hình chữ nhật là nhỏ nhất.

- $x = 25; y = 4$ .                        $x = 10; y = 10$ .                        $x = 20; y = 5$ .                        $x = 50; y = 2$

**Câu 10.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{64-x}$  bằng

- $\sqrt[6]{3} + \sqrt[6]{61}$                         $1 + \sqrt[6]{63}$                        2                        $2\sqrt[6]{32}$

**PHẦN 2: BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Câu 1.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$  trên đoạn  $[-4; 0]$ . Tính tổng  $M + m$ .

- $-\frac{28}{3}$ .     
   $\frac{28}{3}$ .     
   $\pm \frac{28}{3}$ .     
   $-35$ .

**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-3}$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

- $M = \frac{-1}{3}$ .     
   $M = -5$ .     
   $M = 5$ .     
  $M = \frac{1}{3}$ .

**Câu 3.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x + 1 + \frac{4}{x+2}$  trên đoạn  $[-1; 5]$ .

- $\max y = 3$ .  
 $[-1; 5]$      
  $\max y = 4$ .  
 $[-1; 5]$      
  $\max y = \frac{46}{7}$ .  
 $[-1; 5]$      
  $\max y = -5$ .  
 $[-1; 5]$

**Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -x^3 + 3x + 1$  trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

- $\min y = 3$ .  
 $(-\infty; 1)$      
  $\min y = -1$ .  
 $(-\infty; 1)$      
  $\min y = 2$ .  
 $(-\infty; 1)$      
  $\min y = -3$ .  
 $(-\infty; 1)$

**Câu 5.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2}{x-2}$  trên đoạn  $[1; 4]$ .

- $\min y = -1$ .  
 $[1; 4]$      
  $\min y = 0$ .  
 $[1; 4]$      
  $\min y = 6$ .  
 $[1; 4]$      
  $\min y = 8$ .  
 $[1; 4]$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- $\max y = -\frac{16}{3}$ ,  $\min y = -6$ .  
 $[-4; -2]$        $[-4; -2]$      
  $\max y = -6$ ,  $\min y = -5$ .  
 $[-4; -2]$        $[-4; -2]$      
  $\max y = -5$ ,  $\min y = -6$ .  
 $[-4; -2]$        $[-4; -2]$      
  $\max y = -4$ ,  $\min y = -6$ .  
 $[-4; -2]$        $[-4; -2]$

**Câu 7.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = x + \sqrt{1-2x}$  trên đoạn  $\left[-4; \frac{1}{2}\right]$ .

- $M = -1$ .     
  $M = \frac{1}{2}$ .     
  $M = 0$ .     
  $M = 1$ .

**Câu 8.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = x\sqrt{1-x^2}$  trên tập xác định.

- $M = \frac{1}{2}$ .     
  $M = -\frac{1}{2}$ .     
  $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .     
  $M = -1$ .

**Câu 9.** Tìm các giá trị của  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x-m^2+m}{x+1}$  trên  $[0; 1]$  bằng  $-2$ .

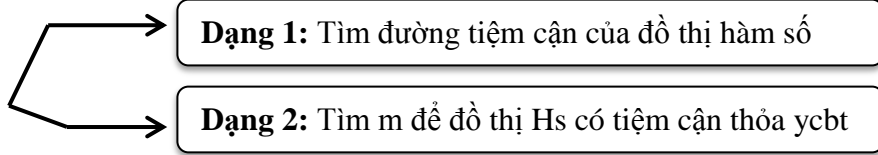
- $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$ .     
  $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$ .     
  $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$ .     
  $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ .

**Câu 10.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx+5}{x-m}$  đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0; 1]$  bằng  $-7$

- $m = 2$      
  $m = 0$      
  $m = 1$      
  $m = 5$



## CHUYÊN ĐỀ 4: ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ



### DẠNG 1: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**Mẫu 1.** Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- |   |   |
|---|---|
| 1. $y = \frac{2x-3}{8-x}$               | Đáp số: TCD: $x = 8$ ; TCN: $y = -2$            |
| 2. $y = \frac{2x-1}{x^2-1}$             | Đáp số: TCN: $y = 0$ ; TCD: $x = \pm 1$         |
| 3. $y = \frac{-5x^2-x-1}{2x^2+x+2}$     | Đáp số: Không có TCD, TCN: $y = -\frac{5}{2}$   |
| 4. $y = \frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$         | Đáp số: TCD: $x = -1$ ; TCN: $y = 1$            |
| 5. $y = \frac{\sqrt{3x}+2}{\sqrt{x}-5}$ | Đáp số: TCD: $x = 25$ ; TCN: $y = \sqrt{3}$     |
| 6. $y = \frac{\sqrt{2x-1}+3}{x+3}$      | Đáp số: Không có TCD và TCN: $y = 0$            |
| 7. $y = \frac{-x^2+3x-2}{x+1}$          | Đáp số: TCD: $x = -1$ ; Không có tiệm cận ngang |
| 8. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+3}}$      | Đáp số: TCD: $x = 1$ và $x = 3$ ; TCN: $y = 0$  |
| 9. $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3$         | Đáp số: TCD: $x = 0$ ; TCN: $y = 3$             |
| 10. $y = \frac{\sqrt{2x^2+3}}{x}$       | Đáp số: TCD: $x = 0$ ; TCN: $y = \pm\sqrt{2}$   |

### DẠNG 2: BÀI TOÁN THAM SỐ M

**Mẫu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{mx^2-3x}{x-1}$  với giá trị nào của  $m$  thì  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

- $m \neq 3$ 
                         
   $m \neq -3$ 
                         
   $m = 3$ 
                         
   $m \neq \pm 3$

**Mẫu 3.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2+x-m}$  có hai đường tiệm cận đứng.

- Mọi  $m \in \mathbb{R}$ .
   $\begin{cases} m > -\frac{1}{4}. \\ m \neq 2 \end{cases}$ 
  $\begin{cases} m \geq -\frac{1}{4}. \\ m \neq 2 \end{cases}$ 
  $m \neq 2$ .

**Mẫu 4.** Tìm tất cả giá trị thực của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+2}{\sqrt{mx^4+3}}$  có một tiệm cận ngang

$m = 0$

$m < 0$

$m > 0$

$m > 3$

**PHÂN MỞ RỘNG – CASIO**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{3x-1}{x-3}$  có đồ thị (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến

tiệm cận đứng bằng hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang

$M_1(1; -1); M_2(7; 5)$

$M_1(1; 1); M_2(-7; 5)$

$M_1(-1; 1); M_2(7; 5)$

$M_1(1; 1); M_2(7; -5)$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x+m}{x-m+2}$  Giá trị nào của m thì đồ thị có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang

cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình chữ nhật có diện tích bằng 1

$\begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}$

$m = \pm 1$

$m = 1$

$m = 3$

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $(C_m): y = \frac{2x+m}{mx+1}$  có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

$m = \pm \frac{1}{4}$ .

$m = \pm \frac{1}{2}$ .

$m = \pm \frac{1}{8}$ .

Không có m

**Câu 4.** Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$  là:

0

2

1

3

**Câu 5.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x^2 - 4|x| + 3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

1

2

3

4

**Câu 6.** Hàm số  $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1} - 3x-5}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Không có

1

2

3

**Câu 7.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{(2x-3)^{20} \cdot (2x+2)^{30}}{(2x+1)^{50}}$

$y = 0$

$y = 1$

$y = -\frac{1}{2}$

Không có

**Câu 8.** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+6-\sqrt{x^2+x+2}}{x^2-x-6}$ .

$x = -3$ . và  $x = 2$ .

$x = 3$ .

$x = 3$ . và  $x = -2$ .

$x = -3$ .

**Câu 9.** Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}$  có đúng một tiệm cận ngang là

A.  $m = 0$

B.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$

C.  $m = 4$

D.  $0 \leq m \leq 4$

**Câu 10.** Tập hợp giá trị của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{2+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$  có đúng hai tiệm cận đứng

$\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$

$\left(0; \frac{1}{2}\right)$

$(-\infty; -12) \cup (0; +\infty)$    $(0; +\infty)$

**PHẦN 2: BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**DANG 1**

- Câu 1.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{2x-1}+1}{x+1}$
- $x = \frac{1}{2}$                         $y = -1$                         $x = -1$                        Không có
- Câu 2.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+7}{x+7}$
- $x = -1$                         $y = -1$                         $x = -7$                         $x = 7$
- Câu 3.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+2x+3}{x+1}$
- Không có                        $y = -1$                         $y = -2$                         $x = -1$
- Câu 4.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}$
- $y = 0$                         $y = 1$                         $x = 0$                        Không có
- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$
- $y = 1$                         $y = -1$                         $y = \pm 1$                        Không có
- Câu 6.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$
- 1                       2                       3                       4
- Câu 7.** Hàm số  $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$  có mấy tiệm cận đứng
- Không có                       1                       2                       3
- Câu 8.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x^2-x-1}$  có bao nhiêu tiệm cận?
- Không có                       1                       2                       3
- Câu 9.** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2-3x-1}{x^2-3x-4}$
- Không có                       1                       2                       3
- Câu 10.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{-x}{\sqrt{x^2-5x+6}}$  có mấy tiệm cận?
- 1                       2                       3                       4

**DANG 2**

- Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (C)$  với  $c \neq 0$  và  $ad-bc \neq 0$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- Đồ thị luôn có tiệm cận đứng  
 Đồ thị luôn có tiệm cận ngang  
 Đồ thị luôn có tâm đối xứng  
 Trục tung không thể là tiệm cận đứng của (C)
- Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-m}$  với giá trị nào của m thì hàm số có tiệm cận đứng?

$m = -1$

$-1 < m < 3$

$\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$

$m = 3$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 2x}{x - m}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của m để (C) không có tiệm cận

đứng.

$m = 0$

$m = 1$

$m = 0$  hoặc  $m = 1$

$m = 2$

**Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{(m^2 + m)x - 1}{x - 2}$  có đường tiệm

cận ngang qua điểm  $A(-3; 2)$ .

$m = -1 \vee m = -2$ .

$m = 1 \vee m = -2$ .

$m = 1 \vee m = 2$ .

$m = -1 \vee m = 2$ .

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$  có tiệm cận đứng đi qua

điểm  $A(-1; \sqrt{2})$ .

$m = -2$ .

$m = 2$ .

$m = \frac{1}{2}$ .

$m = -\frac{1}{2}$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của m để (C) không có

tiệm cận đứng.

$m = 2$

$m = 1$

$m = 0$  hoặc  $m = 1$

$m = 0$

**Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 1}{x^2 - mx + m}$  có đúng một tiệm

cận đứng.

$m = 0$

$m \leq 0$

$m \in \{0; 4\}$

$m \geq 4$

**Câu 8.** Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - m}{x^2 - 3x + 2}$  có đúng hai đường tiệm cận?

$m = 1$  và  $m = 4$ .

$m = 1$ .

$m = 4$ .

$m = 0$ .

**Câu 9.** Tìm m để đồ thị hàm số  $y = \frac{(m + 1)x - 2m + 1}{x - 1}$  không có tiệm cận đứng

$m = 2$

$m = 1$

$m = -1$

$m = \frac{1}{2}$

**Câu 10.** Tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$  có đúng một tiệm cận

đứng

$m \in \{-1; -4\}$

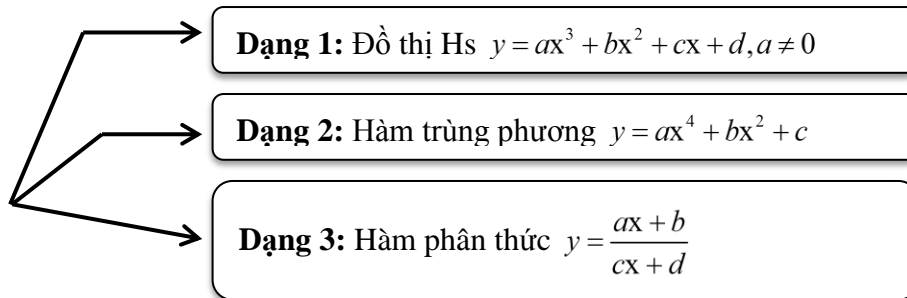
$m = -1$

$m = 4$

$m \in \{1; 4\}$

☆☆☆☆

## CHUYÊN ĐỀ 5 – ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



### DẠNG 1: HÀM BẬC BA ( $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ )

**Mẫu 1.** Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

$y = x^3 - 3x^2 + 2$   
  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$   
  $y = x^3 + 3x^2 - 2$   
  $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$				$+\infty$

**Mẫu 2.** Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

$y = x^3 - 3x^2 + 3x$   
  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$   
  $y = x^3 + 3x^2 - 3x$   
  $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$

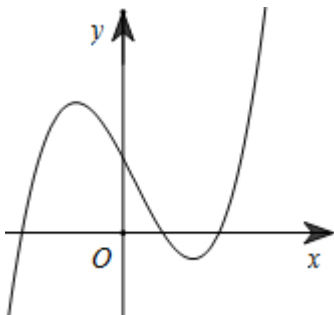
x	$-\infty$	1	$+\infty$		
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$				$+\infty$

**Mẫu 3.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

$a < 0; b > 0; c > 0; d > 0.$   
  $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0.$   
  $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0.$   
  $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0.$

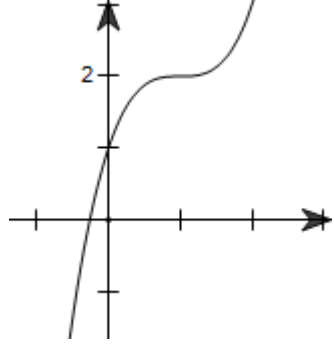
**Mẫu 4.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây về dấu của  $a, b, c, d$  là đúng nhất ?

- $a, d > 0$
- $a > 0, b < 0, c > 0$
- $a, b, c, d > 0$
- $a, d > 0, c < 0$



**Mẫu 5.** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1.$
- $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$
- $y = x^3 - 3x + 1.$
- $y = -x^3 - 3x^2 - 1.$

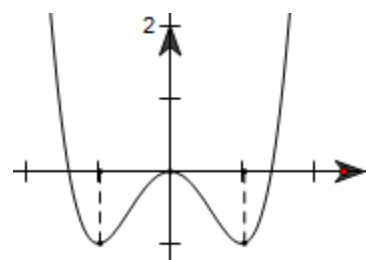


===== ★ ★ ★ =====

**DẠNG 2: HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG  $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$**

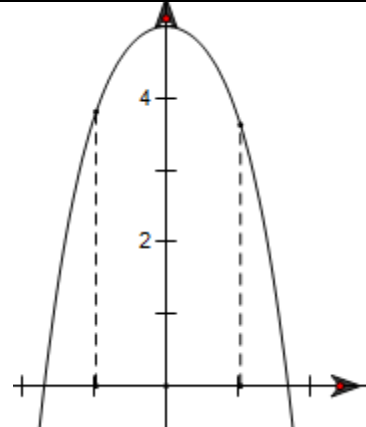
**Mẫu 6.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- $y = x^4 + 2x^2$
- $y = x^4 - 2x^2$
- $y = x^4 - 3x^2 + 1$
- $y = -x^4 - 2x^2$



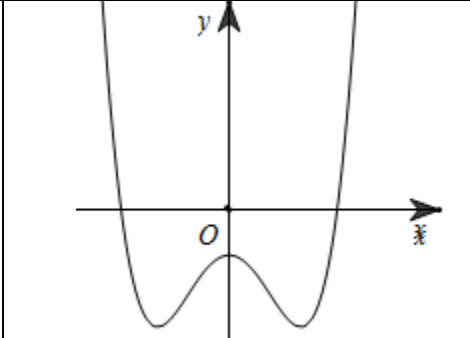
**Mẫu 10.** Đồ thị hình bên là của một trong 4 đồ thị của các hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây.  
Hãy chọn phương án đúng.

- A.**  $y = x^4 + x^2 + 5.$
- B.**  $y = \frac{-1}{4}x^4 - x^2 + 5.$
- C.**  $y = \frac{-1}{4}x^4 + 5.$
- D.**  $y = \frac{-1}{4}x^4 + 2x^2 + 7$



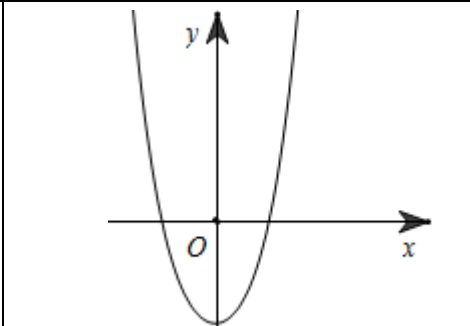
**Mẫu 11.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$  có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của  $a, b, c$ .

$a > 0, b < 0, c > 0$   
  $a > 0, b > 0, c < 0$   
  $a > 0, b > 0, c > 0$   
  $a > 0, b < 0, c < 0$



**Mẫu 12.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$  có đồ thị như hình bên. Trong các kết luận sau, đâu là kết luận đúng?

$a > 0, b \geq 0, c < 0$         $a > 0, b < 0, c \leq 0$   
  $a > 0, b > 0, c > 0$         $a < 0, b < 0, c < 0$

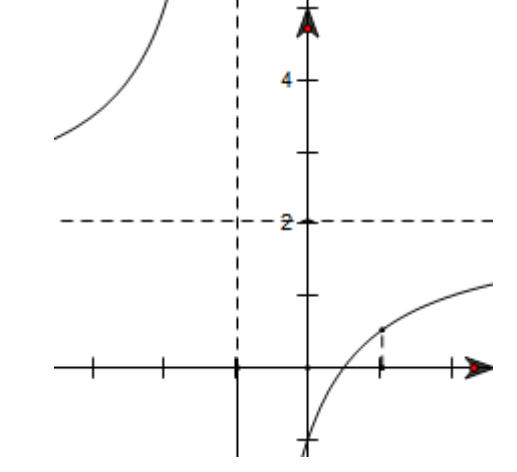


\*\*\*

**DẠNG 3: HÀM PHÂN THỨC**  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

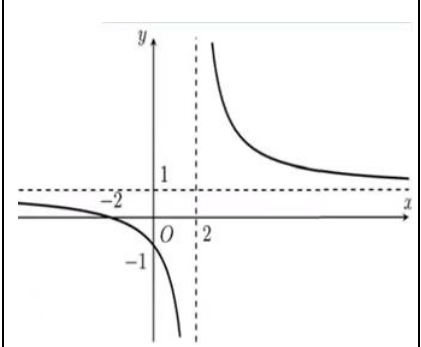
**Mẫu 13.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$y = \frac{2x-1}{x+1};$         $y = \frac{2x+1}{x-1};$   
  $y = \frac{2x+1}{x+1};$         $y = \frac{1-2x}{x-1}.$



**Mẫu 15.** Tìm a, b, c để hàm số  $y = \frac{ax + 2}{cx + b}$  có đồ thị như hình bên.

- $a = 2, b = -2, c = -1$
- $a = 1, b = -1, c = -1$
- $a = 1, b = 2, c = 1$
- $a = 1, b = -2, c = 1$



**PHẦN 2: BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

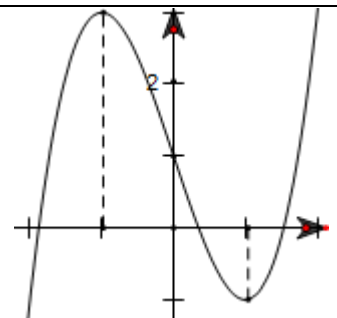
**Câu 1.** Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- $y = -x^3 + 3x^2 - 1$
- $y = x^3 - 3x^2 - 1$
- $y = x^3 + 3x^2 - 1$
- $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$-1$		$+\infty$	$-\infty$

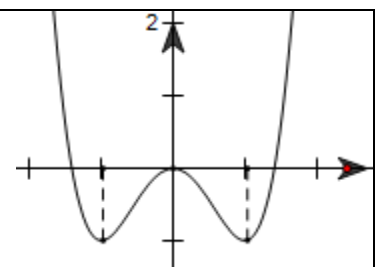
**Câu 2.** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- $y = x^3 - 3x + 1.$
- $y = -x^3 + 3x + 1.$
- $y = x^4 - x^2 + 1.$
- $y = -x^2 + x - 1.$



**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$  có đồ thị như hình bên. Xác định các hệ số a, b, c.

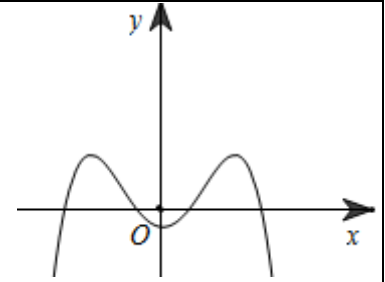
- $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{2}{3}, c = 0$
- $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{2}{3}, c = -1$
- $a = 1, b = -2, c = -1$
- $a = 1, b = -2, c = 0$





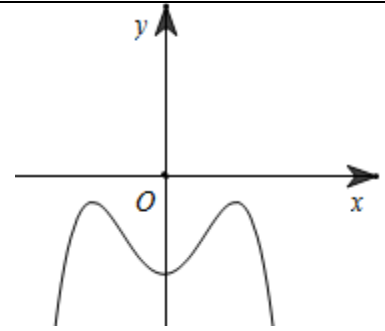
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- $a > 0, b < 0, c > 0$
- $a < 0, b > 0, c < 0$
- $a < 0, b < 0, c < 0$
- $a > 0, b < 0, c < 0$



**Câu 1.** Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- $y = -x^4 + 2x^2 + 2.$
- $y = -x^4 + 2x^2 - 2.$
- $y = -x^4 - 2x^2 + 2.$
- $y = -x^3 + 3x - 2.$



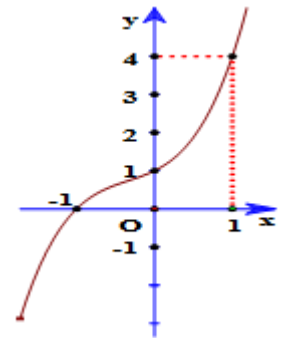
**Câu 1.**

Xét các phát biểu sau:

1.  $a = -1$
2.  $ad < 0$
3.  $ad > 0$
4.  $d = -1$
5.  $a + c = b + 1$

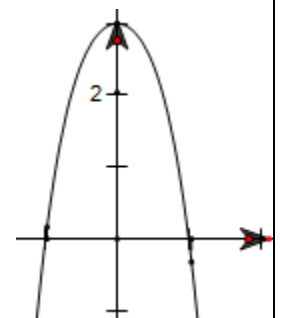
Số phát biểu *sai* là:

- 2.
- 3.
- 1.
- 4.



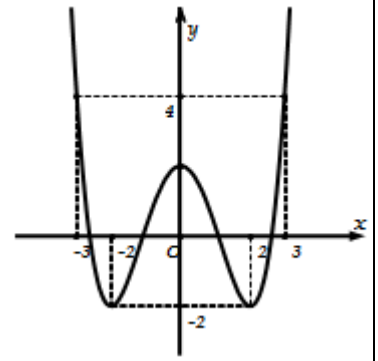
**Câu 1.** Đường cong trong hình bên có đồ thị là phương án nào trong các phương án sau.

- $y = -2x^4 - 2x^2 + 3$
- $y = 2x^2 - 3x + 2$
- $y = x^3 + 3x^2 - x$
- $y = -2x^4 + 4x^2 - 3$



**Câu 1.** Hãy xác định  $a, b, c$  của hàm số  $y = ax^4 - bx^2 - c$  có đồ thị như hình vẽ

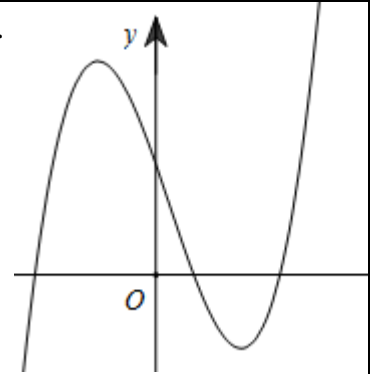
- $a = 4; b = -2; c = 2$
- $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = 2$
- $a = 4; b = 2; c = 2$
- $a = \frac{1}{4}; b = -2; c > 0$



**Câu 2.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$   $a \neq 0$  có đồ thị như hình vẽ.

Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

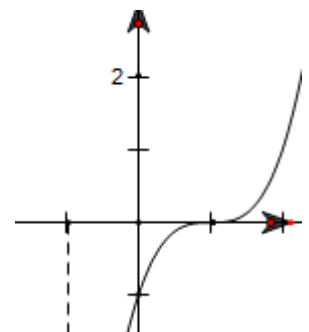
- $a > 0; d > 0; b < 0; c < 0.$
- $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0.$
- $a > 0; c > 0; d > 0; b < 0.$
- $a > 0; b > 0; d > 0; c < 0$



**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ.

Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

- $y = (x-1)^3.$
- $y = x^3 + 1.$
- $y = x^3 - 1.$
- $y = (x+1)^3.$

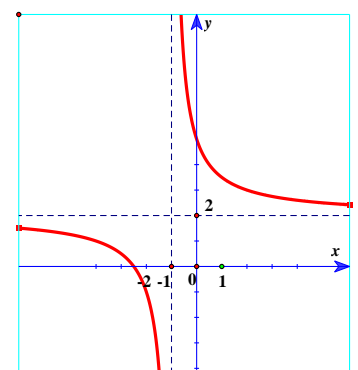


☆☆☆☆

**DẠNG 3**

**Câu 1.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- $y = \frac{2x+5}{x+1};$
- $y = x^3 + 3x^2 + 1;$
- $y = x^4 - x^2 + 1;$
- $y = \frac{2x+1}{x+1}.$

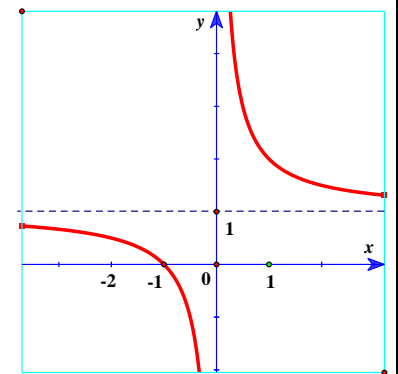


**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	$-1$		$-1$

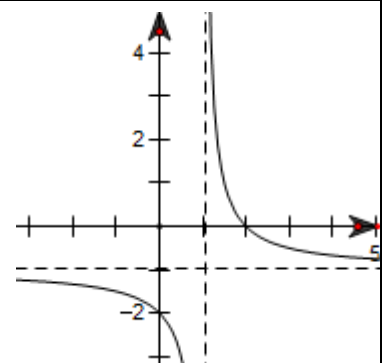
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 1$ , tiệm cận ngang  $y = -1$ ;
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ ;
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng;
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

**Câu 3.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 0$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ ;
- Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận;
- Hàm số có hai cực trị;
- Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

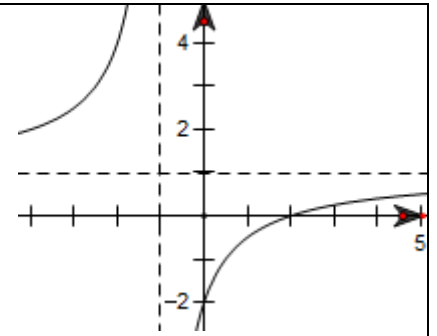
**Câu 4.** Cho hàm số có  $y = \frac{ax - b}{x - 1}$  đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- $b < 0 < a$
- $b < a < 0$
- $0 < b < a$
- $0 < a < b$

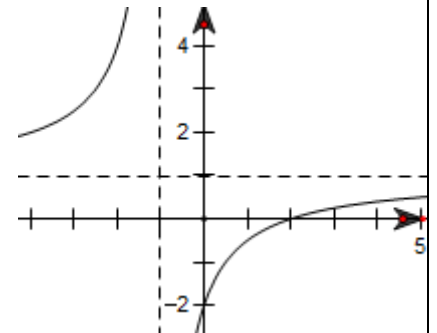
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{x+b}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ.  
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- $b < 0, c > 0, d < 0$
- $b > 0, c > 0, d > 0$
- $b < 0, c < 0, d > 0$
- $b < 0, c > 0, d > 0$



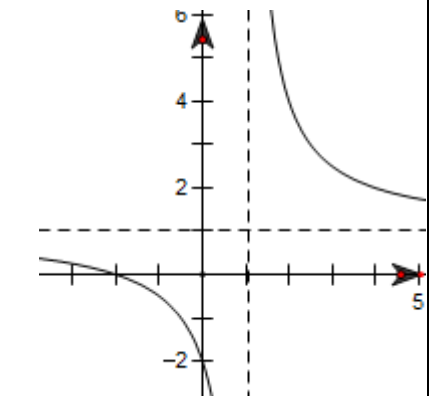
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ.  
Mệnh đề nào sau đây trong các mệnh đề là đúng?

- $c.d > 0, b.d > 0$
- $c.a > 0, a.b > 0$
- $a.d > 0, b.c < 0$
- $a.d < 0, b.c > 0$



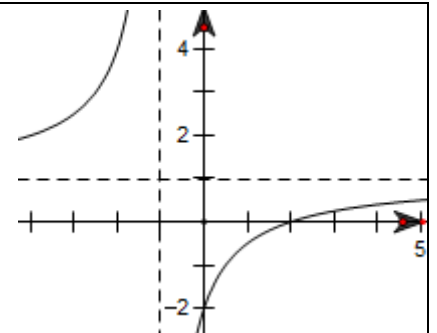
**Câu 7.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a > 0$  có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- $b > 0, c > 0, d < 0$
- $b > 0, c < 0, d < 0$
- $b < 0, c > 0, d < 0$
- $b < 0, c < 0, d < 0$



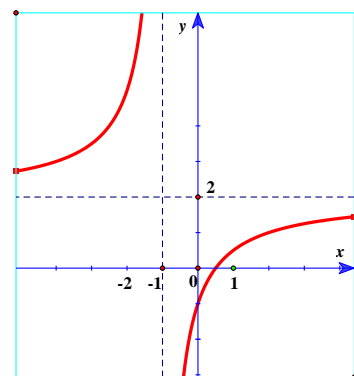
**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị như hình vẽ bên.  
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$



**Câu 9.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

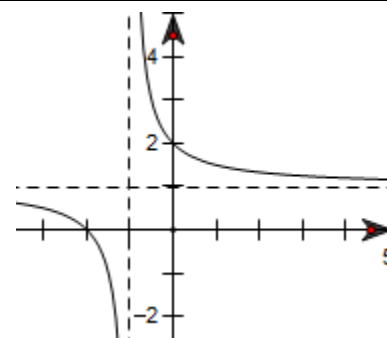
- Hàm số có hai cực trị;
- Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ ;
- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận;
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .



**Câu 10.** Cho hàm số  $y = \frac{ax + b}{x + 1}$  có đồ thị như hình vẽ bên.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- $a < b < 0$
- $0 < b < a$
- $b < 0 < a$
- $0 < a < b$



# CHUYÊN ĐỀ 6 – SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ

## DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM

**Mẫu 1.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ  $x_1; x_2$ . Tính tổng  $x_1 + x_2$

- $x_1 + x_2 = 2.$ 
  $x_1 + x_2 = 0.$ 
  $x_1 + x_2 = -1.$ 
  $x_1 + x_2 = -2.$

**Mẫu 2.** Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{2x+1}$  và  $y = -x + 1$ .

- $(1;1), (-1;2).$ 
  $(1;0), (-1;2).$ 
  $(-1;0), (1;2).$ 
  $(1;-2).$

**Mẫu 3.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^2 - 3x + 1$  tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó độ dài AB bằng bao nhiêu ?

- $AB = 3$ 
  $AB = 2\sqrt{2}$ 
  $AB = 2$ 
  $AB = 1$

## DẠNG 2: BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ M

**Mẫu 4.** Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2(m-1)x^2 + 4x$  cắt trục Ox tại điểm có hoành độ  $x = 2$

- $m = 2$ 
  $m = 3$ 
  $m = -1$ 
  $m = 4$

**Mẫu 5.** Xác định m để đường thẳng (d):  $y = x + m$  cắt đồ thị (H):  $y = \frac{x-2}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt.

- $-2 < m < 2$ 
  $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ 
  $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$ 
  $0 < m < 2$

**Mẫu 7.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị  $y = (x-2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$  cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt

- $-2 < m < 2$ 
  $-2 < m < -1$ 
  $-1 < m < 2$ 
  $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$

☆☆☆

**Mẫu 8.** Tìm tất cả giá trị của m để phương trình  $x^3 - 3x + m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt

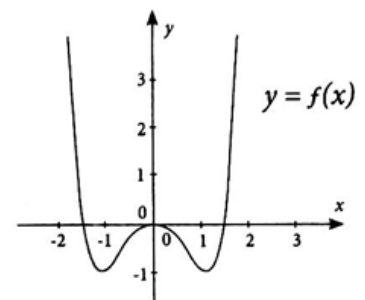
- $-2 < m < 2$ 
  $-2 < m < 3$ 
  $-1 < m < 3$ 
  $-1 < m < 2$

**Mẫu 9.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình  $-x^4 + 2x^2 = m$  có 4 nghiệm phân biệt

- $m > 0$ 
  $0 \leq m \leq 1$ 
  $0 < m < 1$ 
  $m < 1$

**Mẫu 10.** Cho đồ thị của hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình  $|x^4 - 2x^2| = m$  có 6 nghiệm thực phân biệt.

- $0 < m < 1$ 
  $-1 < m < 1$ 
  $0 < m < 2$ 
  $m > 1$



**PHẦN 2: BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Câu 1.** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$  và đường thẳng  $y = 1 - 2x$ .

0.                       1.                       2.                       3.

**Câu 2.** Tìm tất các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = x - m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-2}$  tại hai điểm phân biệt.

- $m \neq 1$ .                        $m \leq 1$ .                        $m > 1$ .                        $\forall m$ .

**Câu 3.** Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2x$  cắt đường thẳng  $y = -2x - 2$  tại ba điểm phân biệt. Kí hiệu ba điểm đó là  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$  và  $C(x_3; y_3)$ . Tính tổng  $S = x_1 + x_2 + x_3$ .

- $S = 2$ .                        $S = 3$ .                        $S = 1$ .                        $S = 2\sqrt{3}$ .

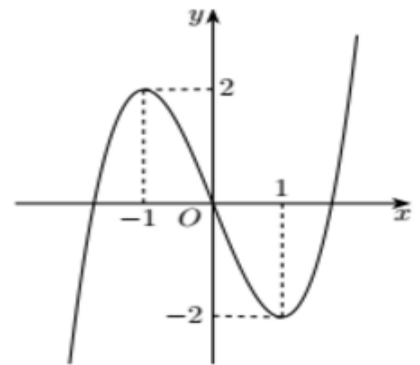
**Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  tại ba điểm phân biệt.

- $0 < m < 4$ .                        $m > 4$ .                        $0 < m \leq 4$ .                        $0 \leq m < 4$ .

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 + mx^2 + mx + 4$  cắt đường thẳng  $y = x + 4$  tại ba điểm phân biệt.

- $m = 2$ .                        $m = 1$ .                        $m = 4$ .                        $m \neq 2$ .

**Câu 6.** Hình bên dưới là đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x$ . Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $|x^3 - 3x| = m^2$  có năm nghiệm phân biệt.



- $m \in (-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2})$ .                        $m \in (0; \sqrt{2})$ .  
  $m \in (-2; 0) \cup (0; 2)$ .                        $m \in (0; 2)$ .

**Câu 7.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 + 2mx^2 - m - 1$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

- $m = -3$ .                        $m = 3$ .                       Không có  $m$                         $m = 2$ .

**Câu 8.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  tại bốn điểm phân biệt.

- $-1 < m < 1$ .                        $2 < m < 3$ .                        $0 < m < 1$ .                        $-1 < m < 0$ .

**Câu 9.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $(C_m): y = x^4 - mx^2 + m - 1$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

- $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ .                       Không có  $m$ .                        $m > 1$ .                        $m \neq 2$ .

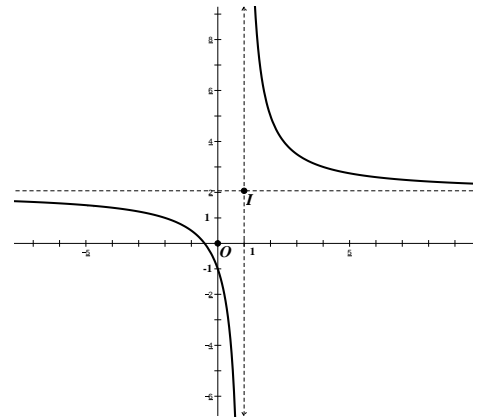
**Câu 10.** Gọi  $M, N$  là giao điểm của đường thẳng  $y = x + 1$  và đường cong  $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$ . Tìm hoành độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $MN$ .

- $-\frac{5}{2}$ .                       1.                       2.                        $\frac{5}{2}$ .

**Câu 11.** Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho đường thẳng  $y = x$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 5}{x + m}$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 4\sqrt{2}$ .

2.                       5.                       7.                       Đáp án khác.

**Câu 12.** Hình bên là đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $\frac{|2x + 1|}{|x - 1|} = 2m$  có hai nghiệm phân biệt.



- Với mọi  $m$ .                       Không có giá trị của  $m$ .  
  $m > 0$ .                        $m \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 1$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để đường thẳng  $d: y = mx + m$  cắt đồ thị  $(C)$  tại ba điểm phân biệt?

- $\begin{cases} m < -\frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$                         $\begin{cases} m < \frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$                         $\begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$                         $\begin{cases} m > -\frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$

**Câu 14.** Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{-x + 1}$  sao cho  $M$  cách đều hai trục tọa độ.

- $M\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ .                        $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .                        $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .                        $M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ .

**Câu 15.** Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 3}{x + 1}$  sao cho điểm  $M$  cách đều hai trục tọa độ.

- $M(-2; 5)$ .                        $M(1; -1)$ .                        $M(3; -3)$ .                        $M\left(2; -\frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $A(3; 20)$  và có hệ số góc là  $m$ . Giá trị của  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại 3 điểm phân biệt

- $m < \frac{15}{4}, m \neq 24$                         $m \geq \frac{15}{4}$                         $m > \frac{15}{4}, m \neq 24$                         $m < \frac{15}{4}$



**Câu 17.** Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): y = x + m$  cắt đồ thị  $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + mx + 1$   $(C_m)$  tại 3 điểm phân biệt?

- $m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{9}; +\infty\right)$ 
  $m \in (-1; +\infty)$ 
  $m \in \mathbb{R}$ 
  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

**Câu 18.** Các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng là

- $m = 11$ 
  $m = -11$ 
  $m > 11$ 
  $m > -11$

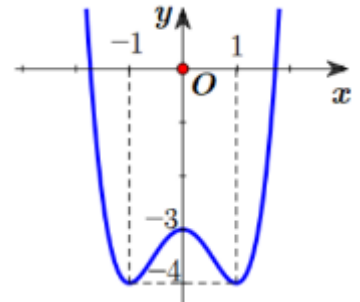
**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) + 1 = m$  có 3 nghiệm thực phân biệt

- $m > 4$ 
 Không tồn tại  $m$ 
  $m = 3$ 
  $m > 3$

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$			$0$	
			$-$	$+$
$y$	$+\infty$	$+\infty$	$3$	$+\infty$
				$-\infty$

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $|f(x)| = m$  có 6 nghiệm phân biệt

- $m > 4$ 
  $0 < m < 4$   
  $3 < m < 4$ 
  $0 < m < 3$



## CHUYÊN ĐỀ 7: PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

### PHẦN 1: BÀI TẬP MẪU

#### DẠNG 1: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN

- Mẫu 1.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C):  $y = x^3 + 2x^2$  tại điểm  $M(1;3)$  là:  
  $y = 7x + 4$         $y = 7x - 4$         $y = -7x + 4$         $y = -7x - 4$
- Mẫu 2.** Cho điểm M thuộc đồ thị (C):  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  và có hoành độ bằng -1. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là:  
  $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$         $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$         $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$         $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$
- Mẫu 3.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C):  $y = x^3 - 3x + 2$  có hệ số góc bằng 9 là:  
  $y = 9x - 18; y = 9x + 22$         $y = 9x - 14; y = 9x - 18$   
  $y = 9x + 8; y = 9x + 22$         $y = 9x - 18; y = 9x + 22$
- Mẫu 4.** Tiếp tuyến của đồ thị (C):  $y = \frac{2x+1}{x+2}$  song song với đường thẳng  $\Delta: 3x - y + 2 = 0$  có phương trình là  
  $y = 3x - 4$         $y = 3x + 2$         $y = 3x + 14$         $y = 3x + 4$
- Mẫu 5.** Tiếp tuyến của đồ thị (C):  $y = -4x^3 + 3x + 1$  đi qua điểm  $A(-1;2)$  có phương trình là  
  $y = -9x + 7; y = -x + 2$         $y = -9x - 11; y = -x + 2$   
  $y = -9x + 11; y = 2$         $y = -9x - 7; y = 2$

#### DẠNG 2: BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ M

- Mẫu 6.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  có đồ thị (C). Gọi M là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng  $d: y = (m^2 - 4)x + 2m - 1$   
  $m = 1$         $m = -1$         $m = 2$         $m = -2$
- Mẫu 7.** Với giá trị nào của m thì đường thẳng  $y = 8x + m$  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$   
  $m = 8$         $m = -8$         $m = 18$         $m = -18$

★★★

### PHẦN 2: BÀI TẬP RÈN LUYỆN

- Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^3 + x^2 - 5x + 1$ , phương trình tiếp tuyến tại điểm trên đồ thị có hoành độ  $x = 2$   
  $y = 10x + 9$         $y = 11x - 19$         $y = 11x + 10$         $y = 10x + 8$
- Câu 2.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$  Tại điểm  $A(-3; -2)$  cắt đồ thị tại điểm thứ hai là B. Điểm B có tọa độ là

$B(-1;0)$

$B(1;10)$

$B(2;33)$

$B(-2;1)$

**Câu 3.** Hai tiếp tuyến tại hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  cách nhau một khoảng bằng

1

4

3

2

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = x^3 - x^2 - x + 1$ . Phương trình các đường tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của nó với trục hoành là

$y = 0; y = x - 1$

$y = x + 1; y = x + 4$

$y = 0; y = 4x + 4$

$y = x - 1; y = x + 1$

**Câu 5.** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành

1

2

3

4

**Câu 6.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -9$  có phương trình là:

$y - 16 = -9(x - 3)$

$y - 16 = -9(x + 3)$

$y = -9(x + 3)$

$y + 16 = -9(x + 3)$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$  có đồ thị (C). Số tiếp tuyến của đồ thị (C) mà song song với đường thẳng  $y = -9x - 7$  là:

0

1

3

2

**Câu 8.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  song song với đường thẳng  $y = -3x - 2$  có phương trình là:

$y = 3x + 10$

$y = -3x - 2; y = -3x + 10$

$y = -3x + 10$

$y = -3x - 2$

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 6$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{6}x - 1$ .

$y = -6x + 6$

$y = -6x + 8$

$y = -6x + 10$

$y = -6x + 12$

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm  $M(-1; -9)$

$y = 24x + 25; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{24}$

$y = 24x + 15; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4}$

$y = 24x + 5; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{24}$

$y = 24x + 25; y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4}$

**Câu 11.** Đường thẳng  $y = 6x + m$  là tiếp tuyến của đường cong  $y = x^3 + 3x - 1$  khi m bằng

$\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{x+b}{ax-2}$  có đồ thị (C). Biết rằng a, b là các giá trị thực sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm M(1; -2) song song với đường thẳng  $d: 3x + y - 4 = 0$ . Khi đó giá trị của  $a + b$  bằng

- 0                       -1                       2                       1

**Câu 13.** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$  cắt đường thẳng  $y = 2x + m^2$  tại hai điểm phân biệt mà hai tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau là

- {2}                        $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$                         $\{-1; 1\}$                         $\{-2; 2\}$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị (C). Gọi M là điểm thuộc (C) có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B. Tính diện tích tam giác  $S_{\Delta OAB}$

- $\frac{112}{6}$                         $\frac{121}{6}$                         $\frac{122}{6}$                         $\frac{113}{6}$

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$  (Cm). Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị (Cm) tại hai điểm A(1; 0), B(-1; 0) vuông góc với nhau.

- $m = \frac{5}{4}; m = \frac{3}{4}$                         $m = -\frac{5}{4}; m = -\frac{3}{4}$   
  $m = -\frac{5}{4}; m = \frac{3}{4}$                         $m = \frac{5}{4}; m = -\frac{3}{4}$

**Câu 16.** Cho  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho  $OB = 5OA$ .

- $y = -5x - 3, y = -5x + 17$                         $y = -5x + 3, y = -5x + 17$   
  $y = -5x - 3, y = -5x - 17$                         $y = -5x + 3, y = -5x - 17$

**Câu 17.** Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = (2m - 1)x^4 - m + \frac{5}{4}$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  vuông góc với đường thẳng  $2x - y - 3 = 0$

- $\frac{2}{3}$                         $\frac{1}{6}$                         $-\frac{1}{6}$                         $\frac{5}{6}$

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{x-1}$  có đồ thị cắt trục tung tại A(0; -1), tiếp tuyến tại A có hệ số góc  $k = -3$ . Các giá trị của a, b là:

- a = 1; b=1                       a = 2; b=1                       a = 1; b=2                       a = 2; b=2

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x-1}$ . Giá trị m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm và tiếp tuyến của đồ thị tại hai điểm đó vuông góc là:

3

4

5

7

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 2$  có đồ thị (C). Gọi A là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1. Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A vuông góc với đường thẳng  $\Delta: x - 2y - 4 = 0$

$m = -2$

$m = -1$

$m = 0$

$m = 4$

**ÔN TẬP CHƯƠNG HÀM SỐ**

- Câu 1.** Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 2mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 = 12$   
 A.  $m = -1$                       B.  $m = 3$                       C.  $m = 1$                       D.  $m = -3$
- Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - \sqrt{1 - x^2}$  là  
 A.  $-1$                       B.  $-\sqrt{2}$                       C.  $1$                       D.  $\sqrt{2}$
- Câu 3.** Tìm Tất cả giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{2x + \sqrt{mx^2 + 4}}$  có đúng một tiệm cận ngang là  
 A.  $m = 0$                       B.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$                       C.  $m = 4$                       D.  $0 \leq m \leq 4$
- Câu 4.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + 2 = m$  có 2 nghiệm thực phân biệt  
 A.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$                       B.  $-2 < m < 2$                       C.  $-2 < m < 0$                       D.  $0 < m < 2$
- Câu 5.** Cho (C) là đồ thị của hàm số  $y = x^3 = 3x^2 + 5x + 3$  và  $\Delta$  là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc  $\Delta$   
 A.  $M(0;3)$                       B.  $N(-1;2)$                       C.  $P(3;0)$                       D.  $Q(2;-1)$
- Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^2 - 3x + 1$  tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó độ dài AB bằng bao nhiêu ?  
 A.  $AB = 3$                       B.  $AB = 2\sqrt{2}$                       C.  $AB = 2$                       D.  $AB = 1$
- Câu 7.** Tìm tất cả giá trị thực của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$  có một tiệm cận ngang  
 A.  $m = 0$                       B.  $m < 0$                       C.  $m > 0$                       D.  $m > 3$
- Câu 8.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$  nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3  
 A.  $m > 6$                       B.  $m = 9$                       C.  $m < 0$  hoặc  $m > 6$                       D.  $m < 0$
- Câu 9.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$  đạt cực đại tại  $x = 1$   
 A.  $m = -2$                       B.  $m = -1$                       C.  $m = 2$                       D.  $m = 1$
- Câu 10.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{(m+1)x - 2}{x - m}$  đồng biến trên khoảng xác định  
 A.  $-2 \leq m \leq 1$                       B.  $\begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$                       C.  $-2 < m < 1$                       D.  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases}$
- Câu 11.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$   
 A.  $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$                       C.  $-2 \leq m \leq -1$                       D.  $-2 < m < -1$

- Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d):  
 $y = x + m - 1$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$   
 A.  $m = 4 \pm \sqrt{3}$                       B.  $4 \pm \sqrt{10}$                       C.  $m = 2 \pm \sqrt{3}$                       D.  $m = 2 \pm \sqrt{10}$
- Câu 13.** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$  có đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.  
 A.  $M(0; -1)$                       B.  $M(2; 2)$                       C.  $M(1; -3)$                       D.  $M(4; 3)$
- Câu 14.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 - 3x}{x - m}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của m để (C) không có tiệm cận đứng.  
 A.  $m = 0$                       B.  $m = 1$                       C.  $m = 0$  hoặc  $m = 1$                       D.  $m = 2$
- Câu 15.** Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{2x + m - 1}{x + 1}$  trên đoạn  $[1; 2]$  bằng 1  
 A.  $m = 1$                       B.  $m = 2$                       C.  $m = 3$                       D.  $m = 0$
- Câu 16.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$  Tìm tất cả giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị là A, B thỏa mãn  $x_A^2 + x_B^2 = 2$   
 A.  $m = 0$                       B.  $m = \pm 1$                       C.  $m = \pm 3$                       D.  $m = 2$
- Câu 17.** Tìm m để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 1$  có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1.  
 A.  $m = \pm 3$                       B.  $m = \pm 1$                       C.  $m = \pm 5$                       D.  $m = \pm 2$
- Câu 18.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số  $y = mx^4 + (2m - 1)x^2 + m - 2$  chỉ có cực đại và không có cực tiểu.  
 A.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases}$                       B.  $m \leq 0$                       C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$                       D.  $m \leq \frac{1}{2}$
- Câu 19.** Tìm trên đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  những điểm M sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang của đồ thị  
 A.  $M(4; 3)$  hoặc  $M(2; 5)$                       B.  $M\left(-4; \frac{7}{5}\right)$  hoặc  $M(2; 5)$   
 C.  $M(4; 3)$  hoặc  $M(-2; 1)$                       D.  $M\left(-4; \frac{7}{5}\right)$  hoặc  $M(-2; 1)$
- Câu 20.** Cho hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 1$  có đồ thị (C). Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng  $d: y = mx + m$  cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt?  
 A.  $\begin{cases} m < -\frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} m < \frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} m > -\frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$

**Câu 21.** Tập tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{m+2}{3}x^3 - (m+2)x^2 - (3m-1)x + 7$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- A.  $-2 \leq m < -\frac{1}{4}$       B.  $-2 < m \leq -\frac{1}{4}$       C.  $-2 < m < -\frac{1}{4}$       **D.  $-2 \leq m \leq -\frac{1}{4}$**

**Câu 22.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 + 1$  có 3 điểm cực trị, đồng thời 3 điểm cực trị này cùng với gốc tọa độ  $O$  tạo thành một tứ giác nội tiếp được

- A.  $m = \sqrt[3]{3}$       B.  $m = \pm 1$       C.  $m = -1$       D.  $m = 1$

**Câu 23.** Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{6}(m+2)x^4 - (m-1)x^2 + 5$  có đúng một cực tiểu

- A.  $-2 \leq m < 1$       B.  $m \leq -2$       **C.  $m \leq 1$**       D.  $m < -2$

**Câu 24.** Đồ thị của hàm số nào sau đây có đường tiệm cận ngang

- A.  $y = \frac{x+2}{x^2+2x+3}$       B.  $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+2}}$   
 C.  $y = x^3 - 2x^2 + 7$       D.  $y = \frac{-2x^2+2}{x+4}$

**Câu 25.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x + \sqrt{4-x^2}$  lần lượt là

- A.  $2\sqrt{2}$  và 2      B.  $2\sqrt{2}$  và -2      C.  $2\sqrt{2}$  và  $-2\sqrt{2}$       D. 2 và -2

**Câu 26.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (1-m)x^3 - 3x^2 + 3x - 5$  có cực trị

- A.  $m < 1$       B.  $m > -1$       C.  $0 < m \neq 1$       **D.  $m > 0$**

**Câu 27.** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{x}{2} - \sqrt{x^2 - x + m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$

- A.  $m = \frac{1}{4}$       B.  $m \geq \frac{1}{4}$       C.  $m > 2$       **D.  $m \geq 7$**

**Câu 28.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 17} - x$  khi  $x \rightarrow +\infty$  có phương trình là

- A.  $y = -1$       B.  $y = 1$       C.  $y = 2$       D.  $y = -2$

**Câu 29.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2m^2x^2 + 2m$  có ba điểm cực trị  $A, B, C$  sao cho  $O, A, B, C$  là các đỉnh của hình thoi

- A.  $m = -1$       **B.  $m = 1$**       C.  $m = 2$       D.  $m = 3$

**Câu 30.** Gọi  $M$  là điểm bất kỳ trên đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = \frac{4}{x-1}$ . Tổng khoảng cách từ  $M$  đến hai tiệm cận của  $(C)$  đạt giá trị nhỏ nhất là

- A.  $2\sqrt{2}$       **B. 4**      C.  $4\sqrt{2}$       D. 2

**Câu 31.** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để qua điểm  $M(2; m)$  kẻ được ba tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  là

- A.  $m \in (4; 5)$       B.  $m \in (-2; 3)$       **C.  $m \in (-5; -4)$**       D.  $m \in (-5; 4)$



**Câu 32.** Gọi M là điểm có hoành độ khác 1, thuộc đồ thị (C) của hàm số  $y = x^3 - 3x^2$ . Tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm thứ hai là N (N không trùng M). Kí hiệu  $x_M; x_N$  thứ tự là hoành độ của M và N. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $x_M + x_N = -2$       B.  $x_M + x_N = 3$       C.  $x_M + 2x_N = 3$       **D.**

$2x_M + x_N = 3$

**Câu 33.** Tìm giá trị của m để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - \frac{2}{3}$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$

- A.  $m > 2$       B.  $m < 1$       **C.  $m \geq 1$**       D.  $m \leq 2$

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua A(3; 20) và có hệ số góc là m. Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt

- A.  $m < \frac{15}{4}, m \neq 24$       B.  $m \geq \frac{15}{4}$       **C.  $m > \frac{15}{4}, m \neq 24$**       D.  $m < \frac{15}{4}$

**Câu 35.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình  $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0$  có 4 nghiệm phân biệt?

- A.  $-2 \leq m \leq -\frac{3}{2}$       B.  $3 < m < 4$       **C.  $-2 < m < -\frac{3}{2}$**       D.  $-\frac{3}{2} < m < 2$

**Câu 36.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$  (C). Đường thẳng đi qua A(-1; 1) và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là

- A.  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$       **B.  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$**       C.  $y = x + 3$       D.  $x - 2y - 3 = 0$

**Câu 37.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$  có hai cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

- A. N(0; 2).**      B. P(-1; 1).      C. Q(-1; -8).      D. M(0; -1).

**Câu 38.** Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số  $y = \frac{2x - m^2}{x - m - 4}$  đồng biến trên khoảng  $(2021; +\infty)$ . Khi đó, giá trị của S bằng

- A. 2035144.      B. 2035145.      C. 2035146.      **D. 2035143**

**Câu 39.** Đồ thị  $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$  có bao nhiêu tiệm cận?

- A. 2.      B. 4.      **C. 3.**      D. 1.

**Câu 40.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + m^2x + 2m - 3$  đồng biến trên R.

- A.  $\begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases}$ .      B.  $-3 \leq m \leq 3$ .      C.  $-3 < m < 3$ .      **D.  $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 3 \end{cases}$ .**

**Câu 41.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	+	0	-		-	0	-

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .      B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$

**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$ , với  $m$  là tham số. Giá trị lớn nhất của  $m$  để

$$\min_{[0;3]} f(x) = -2 \text{ là}$$

A.  $m = 5$ .

B.  $m = 6$ .

C.  $m = 4$ .

D.  $m = 3$ .

**Câu 43.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{x+4}{x-2}$  trên đoạn  $[3, 4]$ .

A.  $-4$ .

B.  $10$ .

C.  $7$ .

D.  $8$ .

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Hỏi hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi nào?

A.  $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

**Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$  luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $m \in \left[-4; \frac{2}{3}\right]$ .

B.  $m \geq 2$ .

C.  $\begin{cases} m > 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$

D.  $m \in (-\infty; 2]$ .

**Câu 46.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{mx+4}{x+m}$  giảm trên khoảng  $(-\infty; 1)$ ?

A.  $-2 < m \leq -1$ .

B.  $-2 \leq m \leq -1$ .

C.  $-2 < m < 2$ .

D.  $-2 \leq m \leq 2$ .

**Câu 47.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

A.  $m \geq 12$ .

B.  $m \leq 12$ .

C.  $m \geq 0$ .

D.  $m \leq 0$ .

**Câu 48.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$  đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ ?

A.  $m \in (-\infty; 2]$ .

B.  $m \in [-5; 2]$ .

C.  $m \in (2; +\infty)$ .

D.  $m \in (-\infty; -5)$ .

**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4 \text{ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là } 3?$$

A.  $m = -1; m = 9$ .

B.  $m = -1$ .

C.  $m = 9$ .

D.  $m = 1; m = -9$

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\rho}{6}\right)$ ?

A.  $m \leq 0; \frac{1}{2} \leq m < 1$ .

B.  $m \leq 0; \frac{1}{2} \leq m \leq 1$ .

C.  $m < 1$ .

D.  $m \leq 1$ .

**Câu 51.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số

$$y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2 \text{ giảm trên nửa khoảng } [1; +\infty)?$$

A.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$ .

B.  $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$ .

C.  $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$ .

D.  $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$ .

- Câu 52.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
- A.  $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$       B.  $-2 \leq m \leq -1$       C.  $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$       D.  $-2 < m < -1$
- Câu 53.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$  đồng biến trên từng khoảng xác định.
- A.  $-2 \leq m \leq 1$       B.  $-2 < m < 1$       C.  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} m > 1 \\ m < -2 \end{cases}$
- Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số:  $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$  nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3
- A.  $m < 0$  hoặc  $m > 6$       B.  $m > 6$       C.  $m < 0$       D.  $m = 9$
- Câu 55.** Tìm tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2017$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$
- A.  $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$       B.  $m \leq 2\sqrt{2}$       C.  $-2\sqrt{2} \leq m$       D.  $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$
- Câu 56.** Giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \sin 2x - mx$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là
- A.  $m > -2$       B.  $m < -2$       C.  $m \leq -2$       D.  $m \geq -2$ .
- Câu 57.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+5)x^2 + mx$  có cực đại, cực tiểu và  $|x_{\text{CD}} - x_{\text{CT}}| = 5$
- A.  $m = 0$       B.  $m = -6$       C.  $m \in \{6; 0\}$       D.  $m \in \{-6; 0\}$
- Câu 58.** Với giá trị nào của  $m$  thì  $x = 1$  là điểm cực tiểu của hàm số  $\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 + m + 1)x$
- A.  $m \in \{-2; -1\}$       B.  $m = -2$       C.  $m = -1$       D. Không có  $m$
- Câu 59.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 1$  đạt cực tiểu tại  $x = 0$
- A.  $x < -1$       B.  $m \geq 1$  hoặc  $m \leq -1$   
C.  $m = -1$       D.  $m \leq -1$
- Câu 60.** Các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = 4x^3 - 2(m-2)x^2 + m^2 - 1$  có đúng một cực trị ?
- A.  $m \leq 2$       B.  $m \geq 2$       C.  $m > 2$       D.  $m < 2$
- Câu 61.** Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ . Tính diện tích của tam giác ABC.
- A. 2      B. 1      C.  $\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$
- Câu 62.** Cho hàm số  $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số có 3 điểm cực trị.
- A.  $1 < m < 2$       B.  $0 < m < 1$       C.  $-1 < m < 0$       D.  $m > 1$
- Câu 63.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$  thỏa mãn  $x_A^2 + x_B^2 = 2$
- A.  $m = \pm 3$       B.  $m = 0$       C.  $m = 2$       D.  $m = \pm 1$
- Câu 64.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2(C)$ . Đường thẳng đi qua điểm  $A(-1; 1)$  và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là:

**A.**  $y = \frac{-1}{2}x + \frac{3}{2}$       **B.**  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$       **C.**  $y = x + 3$       **D.**  $x - 2y - 3 = 0$

**Câu 65.** Tính khoảng cách  $d$  giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

**A.**  $d = 4$       **B.**  $d = 2\sqrt{5}$       **C.**  $d = 2\sqrt{2}$       **D.**  $d = \sqrt{10}$

**Câu 66.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$ . Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** Có 3 điểm cực trị.      **B.** Không có cực trị.  
**C.** Có 2 điểm cực trị.      **D.** Chỉ có 1 điểm cực trị.

**Câu 67.** Trong khoảng  $(0; 2\pi)$  hàm số  $y = \frac{x}{2} + \cos x$  có bao nhiêu điểm cực trị

**A.** 1      **B.** 2      **C.** 3      **D.** 4

**Câu 68.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x + 2$ . Gọi  $A$  là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số và  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $M(0; 2)$  có hệ số góc  $k$ . Tìm  $k$  để khoảng cách từ  $A$  đến  $d$  bằng 1

**A.**  $k = -\frac{3}{4}$ .      **B.**  $k = \frac{3}{4}$ .      **C.**  $k = -1$ .      **D.**  $k = 1$ .

**Câu 69.** Với  $m$  là một tham số thực sao cho đồ thị hàm số  $y = x^4 + 2mx^2 + 1$  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $m \geq 2$ .      **B.**  $-2 \leq m < 0$ .      **C.**  $m < -2$ .      **D.**  $0 \leq m < 2$ .

**Câu 70.** Cho hàm số  $y = |x + 2|$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$       **B.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$   
**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2$       **D.** Hàm số không có cực trị.

**Câu 71.** Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho đường thẳng  $AB$  song song với đường thẳng  $d: y = -4x + 1$

**A.**  $m = -1$       **B.**  $m = 3$       **C.**  $m = 0$       **D.** không có  $m$

**Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = (m-1)x^4 + mx^2 + 2017$  có đúng một cực tiểu.

**A.**  $m \in [0; 1]$       **B.**  $m \in [1; +\infty)$   
**C.**  $m \in (0; +\infty)$       **D.**  $m \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$

**Câu 73.** Tính khoảng cách  $d$  giữa hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 4x^2 + 1$ .

**A.**  $d = 2\sqrt{2}$ .      **B.**  $d = \sqrt{3}$ .      **C.**  $d = \sqrt{2}$ .      **D.**  $d = 1$ .

**Câu 74.** Để hàm số  $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$  có cực đại, cực tiểu lần lượt tại  $x_1$  và  $x_2$  sao cho  $x_1 < -1 < x_2$  thì giá trị của tham số  $m$  là

**A.**  $m < -1$ .      **B.**  $m < 1$ .      **C.**  $m > 1$ .      **D.**  $m > -1$ .

**Câu 75.** Tìm các số thực  $p$  và  $q$  sao cho hàm số  $f(x) = x + p + \frac{q}{x+1}$  đạt cực đại tại  $x = -2$  và

$f(-2) = -2$

**A.**  $p = 1; q = -1$       **B.**  $p = -1; q = 1$       **C.**  $p = 1; q = 1$       **D.**  
 $p = -1; q = -1$

**Câu 76.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{2x+m-1}{x+1}$  trên đoạn  $[1; 2]$  bằng 1

- A.**  $m = 1$                       **B.**  $m = 2$                       **C.**  $m = 3$                       **D.**  $m = 0$

**Câu 77.** Gọi  $m, M$  tương ứng là GTNN và GTLN của hàm số  $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ , tính tổng  $m+M$

- A.** 2                      **B.**  $2 + \sqrt{2}$                       **C.**  $2(1 + \sqrt{2})$                       **D.**  $1 + \sqrt{2}$

**Câu 78.** Gọi  $M$  và  $m$  tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2 + 1)^2}$ . Khi đó  $M - m$  bằng:

- A.**  $\frac{1}{2}$ .                      **B.** 2.                      **C.**  $\frac{3}{2}$ .                      **D.** 1.

**Câu 79.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{5-x}$ . Tính  $M + m$ .

- A.**  $M + m = 16$ .                      **B.**  $M + m = 18$ .  
**C.**  $M + m = \frac{12 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{10}}{2}$ .                      **D.**  $M + m = \frac{16 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{10}}{2}$ .

**Câu 80.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{mx+1}{x-m}$ . Giá trị lớn nhất của hàm số trên  $[1; 2]$  bằng 3. Khi đó giá trị  $m$  bằng:

- A.**  $m = -\frac{1}{2}$                       **B.**  $m = \frac{1}{2}$                       **C.**  $m = 1$                       **D.**  $m = 2$

**Câu 81.** Số tiệm cận ngang của hàm số  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  là:

- A.** 0                      **B.** 1                      **C.** 2                      **D.** 3

**Câu 82.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên tập  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
$y'$	-		-	0
$y$	$+\infty$	↘	$+\infty$	↘
		$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

**Câu 83.** Dựa vào bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[1; 8]$  bằng  $-2$ .  
**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$ .  
**C.** Phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm thực phân biệt khi  $m > -2$ .  
**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 84.** Tìm tọa độ của tất cả các điểm M trên đồ thị (C) của hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  sao cho tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng (d):  $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

- A.** (0;1) và (2;-3)                      **B.** (1;0) và (-3;2)                      **C.** (-3;2)                      **D.** (1;0)

**Câu 85.** Cho hàm số  $y = x^3 - x - 1$  có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là:

- A.**  $y = 2x + 2$                       **B.**  $y = -x + 1$                       **C.**  $y = -x - 1$                       **D.**  $y = 2x - 1$

- Câu 86.** Tiếp tuyến của parabol  $y = 4 - x^2$  tại điểm  $(1; 3)$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Tính diện tích  $S$  tam giác vuông đó.  
**A.**  $S = \frac{25}{4}$ .      **B.**  $S = \frac{5}{4}$ .      **C.**  $S = \frac{25}{2}$ .      **D.**  $S = \frac{5}{2}$ .
- Câu 87.** Biết rằng đồ thị các hàm số  $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$  và  $y = x^2 + x - 2$  tiếp xúc nhau tại điểm  $M(x_0; y_0)$ . Tìm  $x_0$ .  
**A.**  $x_0 = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $x_0 = -\frac{5}{2}$ .      **C.**  $x_0 = \frac{3}{4}$ .      **D.**  $x_0 = \frac{3}{2}$ .
- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(x^2 - 1)\sqrt{4 - x^2} + m = 0$  có nghiệm.  
**A.**  $-2 \leq m \leq 2$       **B.**  $|m| \leq 2$       **C.**  $0 \leq m \leq 2$       **D.**  $-2 \leq m \leq 0$
- Câu 89.** Cho hàm số  $y = (x + 1)(x^2 + mx + 1)$  có đồ thị (C). Tìm số nguyên dương nhỏ nhất  $m$  để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.  
**A.**  $m = 4$       **B.**  $m = 3$       **C.**  $m = 1$       **D.**  $m = 2$
- Câu 90.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $-x^3 + 3x^2 + m = 0$  có 3 nghiệm thực phân biệt.  
**A.**  $-4 < m < 0$       **B.**  $m < 0$       **C.**  $m > 4$       **D.**  $0 < m < 4$
- Câu 91.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): y = x + m - 1$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ .  
**A.**  $m = 4 \pm \sqrt{10}$       **B.**  $m = 4 \pm \sqrt{3}$       **C.**  $m = 2 \pm \sqrt{10}$       **D.**  $m = 2 \pm \sqrt{3}$
- Câu 92.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình:  $\sqrt[4]{x^2 + 1} - \sqrt{x} = m$  có nghiệm.  
**A.**  $(1; +\infty]$       **B.**  $(0; 1)$       **C.**  $(-\infty; 0]$       **D.**  $(0; 1]$
- Câu 93.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  có đồ thị (C). Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $A(3; 20)$  và có hệ số góc  $m$ . Giá trị của  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt (C) tại 3 điểm phân biệt  
**A.**  $m < \frac{15}{4}, m \neq 24$       **B.**  $m \geq \frac{15}{4}$       **C.**  $m > \frac{15}{4}, m \neq 24$       **D.**  $m < \frac{15}{4}$
- Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0$  có 4 nghiệm phân biệt:  
**A.**  $-2 \leq m \leq \frac{-3}{2}$       **B.**  $3 < m < 4$       **C.**  $-2 < m < \frac{-3}{2}$       **D.**  $\frac{-3}{2} < m < 2$
- Câu 95.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 1$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = x - 1$ . Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số (C) và đường thẳng  $d$  có giao điểm nằm trên trục hoành.  
**A.**  $m = 2$       **B.**  $m \geq 2$       **C.**  $m = 0$       **D.**  $m \in \{0; 2\}$
- Câu 96.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho đồ thị của hai hàm số  $y = x^3 + x^2$  và  $y = x^2 + 3x + m$  cắt nhau tại nhiều điểm nhất.  
**A.**  $-2 \leq m \leq 2$       **B.**  $-2 < m < 2$       **C.**  $m = 2$       **D.**  $0 < m < 2$
- Câu 97.** Biết rằng đường thẳng  $y = -2x + 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 + x + 2$  tại điểm duy nhất; kí hiệu  $(x_0; y_0)$  là tọa độ của điểm đó. Tìm  $y_0$ :  
**A.**  $y_0 = 4$       **B.**  $y_0 = 0$       **C.**  $y_0 = 2$       **D.**  $y_0 = -1$

**Câu 98.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = |x^4 - 2x^2|$  tại 6 điểm phân biệt.

- A.  $0 < m < 1$                       B.  $-1 < m < 0$                       C.  $-1 < m < 1$                       D.  $-1 \leq m \leq 1$

**Câu 99.** Biết rằng đường thẳng  $d: y = -x + m$  luôn cắt đường cong  $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Độ dài đoạn  $AB$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A.  $\sqrt{6}$ .                                      B.  $2\sqrt{6}$ .                                      C.  $3\sqrt{6}$ .                                      D. 4.

**Câu 100.** Hình vẽ bên là đồ của hàm số  $y = x^3 - 3x - 1$  giá trị của  $m$  để phương trình  $|x^3 - 3x - 1| = m$  có 3 nghiệm đôi một khác nhau là

- A.  $1 < m < 3$ .                                      B.  $m = 0$ .  
 C.  $m = 0, m = 3$ .                                      D.  $-3 < m < 1$ .

