**5. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA HÌNH THANG**

**I. KIẾN THỨC CƠ BẢN**

***Định nghĩa:*** *Đường trung bình của hình thang* là đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh bên của hình thang.

***Định lí* 3:** Đường thẳng đi trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.

***Định lí* 4:** Đường trung bình của hình thang thì song song với hai cạnh đáy và bằng nửa tổng hai đáy.

**III. BÀI TẬP**

**Bài 1:** Cho  và đường thẳng  qua  không cắt đoạn thẳng . Vẽ . Gọi  là trung điểm của .Chứng minh 

**Bài 2:** Cho hình thang vuông  tại  và  Gọi  lần lượt là trung điểm của Chứng minh:

a)  cân tại  b) 

**Bài 3:** Tính các độ dài x và y trên hình. Biết  (cm).

**Bài 4:**  Cho hình thang ABCD có  và M là trung điểm của AD . Qua M vẽ đường thẳng song song với hai đáy của hình thang cắt hai đường chéo BD và AC tại E và F, cắt BC tại N.

a, Chứng minh rằng N, E, F lần lượt là trung điểm của BC, BD, AC.

b, Gọi I là trung điểm của AB , đường thẳng vuông góc với IE tại E và đường thẳng vuông góc với IF tại F cắt nhau ở K. Chứng minh :  .

**Bài 5:** Cho hình thang ABCD, AB là đáy nhỏ. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BC, BD và AC.

a) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng;

b) Chứng minh PQ // CD và 

c) Hình thang ABCD phải có điều kiện gì để MP = PQ = QN.

**Bài 6:**  Cho hình thang ABCD (AB//CD), tia phân giác của góc C đi qua trung điểm M của cạnh bên AD. Chứng minh rằng:

a)  b) 

**Bài 7:**  Cho tam giác ABC, AM là trung tuyến. Vẽ đường thẳng d qua trung điểm I của AM cắt các cạnh AB, AC. Gọi  thứ tự là hình chiếu của A, B, C lên đường thẳng d. Chứng minh rằng  .

**Tự luyện:** Cho hình thang cân ABCD (AB//CD; AD = BC), có đáy nhỏ AB. Độ dài đường cao BH bằng độ dài đường trung bình MN (M thuộc AD, N thuộc BC) của hình thang ABCD. Vẽ BE// AC (E thuộc DC). Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng

a)  b)Tam giác OAB cân c) Tam giác DBE vuông cân

**KẾT QUẢ - ĐÁP SỐ**

**Bài 1:**  (cùng vuông góc với )

Tứ giác  là hình thang,

Từ I kẻ 

Hình thang có  và  nên 

Ta có ;  nên  là đường trung trực của đoạn thẳng  

**Bài 2:**

Chỉ ra  là đường trung bình của hình thang ABCD nên 

 .   là đường trung trực của AB nên  hay  cân tại  

b) ( cùng phụ với 2 góc bằng nhau )

**Bài 3:**

Theo tính chất của đường trung bình của hình thang,

ta có  hay:

 (1)

và  (2)

Từ (1) và (2) suy ra

Ta tính được  và 

**Bài 4:**

 a) Xét hình thang  có  ;  là trung điểm của 

Xét  có ;  

Xét  có ;  

b)  là đường trung bình của  

 là đường trung bình của  

Vậy 

Có  

Chứng minh tương tự ta có  ; 

 có ;  nên  là trực tâm  mà  ;  vậy KO là đường trung trực của DC hay 

**Bài 5:** *a)* Xét ΔABD có MP là đường trung bình

⇒ MP // AB ⇒ MP // CD.

Xét ΔADC có MQ là đường trung bình ⇒ MQ // CD.

Xét hình thang ABCD có MN là đường trung bình

 .

Qua điểm M có các đường thẳng MP, MQ, MN cùng song song với CD nên các đường thẳng này trùng nhau, suy ra bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.

b) Ta có MN // CD nên PQ // CD; 

c) Ta có 

 

 (đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ).

**Bài 6:**  a) Gọi N là trung điểm BC.

Ta có 

Mà  (vì CM là phân giác  )

Suy ra 

Tam giác MCN cân tại N , do đó MNB cân tại N . Mặt khác  , suy ra 



b) Vì MN là đường trung bình của hình thang ABCD nên 

Ta lại có  . Do đó 

**Bài 7:**  Gọi N là hình chiếu của M trên d.

Xét tứ giác  có  (cùng vuông góc d)

 là hình thang.

M là trung điểm BC và  (cùng vuông góc d)

 là đường trung bình của hình thang 

 

Chứng minh được   

Từ ; suy ra 