**CHUYÊN ĐỀ**

**PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ NÂNG CAO**

**– PHẦN II**

**I/ LÍ THUYẾT:**

1/ Các phương pháp đã học lớp 8: (Đặt nhân tử chung, Hằng đẳng thức, Nhóm hạng tử)

2/ Phương pháp tách hạng tử:

a/ Phân tích đa thức ax2 + bx + c ta tách bx thành b1x + b2x sao cho b1b2 = ac.

                    + Tìm tích ac

                    +Phân tích ac ra tích 2 số nguyên b1, b2 bất kỳ

                    + Chọn cặp thừa số sao cho: b1 + b2 = ac.

Ví dụ: Phân tích 3x2 – 8x + 4  có a = 3; b = -8; c = 4

ac = 12 = 1.12 = 3.4 = 2.6 = (-1).(-12) = (-3).(-4) = (-2).(-6) ta chọn cặp số -2 và -6 vì (-2) + (-6) = (-8)

Nên: 3x2 – 8x + 4 = 3x2 – 6x – 2x + 4 = 3x(x – 2) – 2(x – 2) = (x – 2)(3x – 2)

Lưu ý: Nếu a = 1 thì x2 + bx + c = (x + b1)(x + b2) với b1 +  b2 = b và b1.b2 = c

b/ Tách hạng tử để xuất hiện hiệu của 2 bình phương:

Ví dụ: 4x2 – 4x – 3 = 4x2 – 4x + 1 – 4 = (2x – 1)2 – 22 = (2x – 1 – 2)(2x – 1 + 2) = (2x – 3)(2x  + 1)

c/ Đa thức từ bậc 3 trở lên ta thường sử dung theo cách tìm nghiệm của đa thức : “a gọi là nghiệm của đa thức f(x) nếu f(a) = 0” và khi a là nghiệm của đa thức f(x) thì f(x) chứa thừa số x – a; tức là ta tách các hạng tử sao cho cho có thừa số chung x – a.

          + Nghiệm nguyên của đa thức  nếu có phải là ước của hạng  tử  tự  do (hạng tử không chứa x)

          + Trường hợp đặc biệt nếu  f(x) = anxn + an-1xn-1 + … + ax + a

\* có tổng các hệ số: an + an-n + … + a = 0 thì x = 1 là nghiệm của f(x)

                    \* Tổng hệ số cùa các số hạng bậc chẵn bằng tổng hệ số của các số hạng bậc lẻ thì x = -1 là nghiệm của f(x).

Ví dụ: 4x3 – 13x2 + 9x – 18

Ta thấy f(3) = 0 nên x = 3 là nghiệp của đa thức đã cho. Hay đa thức trên chứa thừ số x – 3. Do đó ta có cách tách như sau:

4x3 – 13x2 + 9x – 18 = 4x3 – 12x2 – x2 + 3x + 6x – 18 = 4x2(x – 3) – x(x – 3) + 6(x – 3)

                              = (x – 3)(4x2 – x + 6)

3/ Phương pháp thêm bớt cùng một số hạng:

a/ Thêm bớt để xuất hiện hiệu của 2 bình phương:

Ví dụ: x4 + 81 =  (2x2)2 + 92 + 36x2 – 36x2 = (2x2 + 9)2 – (6x)2 = (2x2 – 6x +9)(2x2 + 6x + 9)

b/ Thên bớt cùng một số hạng đề xuất hiện thừa số chung:

Ví dụ: x7 + x2 + 1 = x7 – x + x2 + x + 1

= x(x6 – 1) + (x2 + x + 1) = x(x3 – 1)(x3 + 1) + (x2 + x + 1)

= x(x3 + 1)(x – 1) (x2 + x + 1) + (x2 + x + 1) = (x2 + x + 1)[ x(x3 + 1)(x – 1) + 1]

= (x2 + x + 1)(x5 – x4 + x3 – x2 + x – 1)

\* Chú ý: Các đa thức dạng: x3m+2 + x3n+1 + 1 luôn chứa thừa số x2 + x + 1

4/ Phương pháp đổi biến:

Ví dụ: Phân tích:

x(x + 4)(x + 6)(x + 10) + 128

= (x2 + 10x)(x2 + 10x + 24) + 128

          Đặt y = x2 +10x + 12 thì biểu thức đã cho trở thành :

(y – 12)(y + 12) + 128 = y2 – 122 + 128 = y2 – 16 = (y – 4)(y + 4)

 = (x2 +10x + 12 – 4)( x2 +10x + 12 + 4) = (x2 +10x + 8)( x2 +10x + 16)

= (x + 2)(x + 8) (x2 +10x + 8)

5/ Phương pháp hệ số bất định:

Sử dụng khi không tìm được nghiệm nguyên hoặc nghiệm hữu tỉ

Ví dụ: x4 – 6x3 + 12x2 – 14x + 3     (1)

 Nếu đa thức phân tích được thành nhân tử thì 2 nhân tử phải là bậc 2 và có dạng:

(x2 + ax + b)(x2 + cx + d) = x4 + (a + c)x3 + (ac + b + d)x2 + (ad + bc)x + bd

Đồng nhất thức với (1) ta được hệ điều kiện: ⎧⎪

⎪

⎪⎨⎪

⎪

⎪⎩a+c=−6ac+b+d=12ad+bd=−14bd=3{a+c=−6ac+b+d=12ad+bd=−14bd=3

Xét bd = 3 với b,d ∈∈ Z từ đó ta chọn b = 3 => d = 1; hệ điều kiện trở thành:⎧⎪⎨⎪⎩a+c=−6ac=8a+3c=−14{a+c=−6ac=8a+3c=−14

=> 2c = -14 –(-6) = -8; Do đó c = -4; a = -2.

Vậy đa thức đã cho là: (x2 – 2x + 3)(x2 – 4x + 1)

**II/ BÀI TẬP:**

Phân tích thành nhân tử:

1/

a/ a3 + 4a2 – 7a – 10

b/ x3 – 6x2 + 11x – 6

c/ x3 + x2 – x + 2

d/ x3 + 5x2 + 8x + 4

e/ x3 – 9x2 + 6x + 16

f/ x4 – 4x2 – 5

2/

a/ 6x2 – 11x + 3

b/ 2x2 – 5xy – 3y2

c/ 2x2 + 3x – 27

d/ 2x2 – 5xy + 3y2

e/ x3 + 2x – 3

f/ x3 – 7x + 6

g/ x2 + 8x – 20

h/ x3 – x2 – 4

3/

a/ x2 + 7x + 12

b/ x2 + 13x + 36

c/ x2 – 8x + 15

d/ t2 – 9x + 20

e/ x2 + 9x + 8

f/ y2 + 11y + 28

g/ b2 + 5b + 4

h/ 2t + 99 – t2

i/ m2 – 2m – 15

4/

a/ 3x2 – 10x – 8

b/ 2x2 – 7x – 4

c/ 3x2 – x – 4

d/ 5x2 + x – 18

e/ 3x2 – 4x – 15

f/ 6x2 + 23x + 7

5/

a/ (x2 – 1 + x)(x2 – 1 + 3x) + x2

b/ (x – 2)(x – 3)(x – 4)(x – 5) + 1

c/ (x2 – 4x)2 + (x – 2)2 – 10

d/ (2x2 + 3x – 1) – 5(2x2 + 3x + 3) + 24

e/ (x2 + x) – 2(x2 + x) – 15

f/ (x2 + x + 1) (x2 + x + 2) – 12

g/ x2 + 2xy + y2 – x – y – 12

h/ (x + 2) (x + 3) (x + 4) (x + 5) – 24

6/

a/ a3 + 9a2 + 11a – 21

b/ x3 – 6x2 – x + 30

c/ 9x3 – 15x2 – 32x -12

d/ x4 + 2x3 – 16x2  - 2x + 15

e/ 2x4 - x3 – 9x2 + 13x  - 5

7/

a/ 4x4 – 5x2 + 1

b/ a4 + 4

c/ a4 + a2 + 1

d/ a8 + a4 + 1

e/ x5 + x4 + 1

f/ x4 + 2x3 + 1

g/ x7 + x5 + 1

h/ 2x4 – x2 -1

8/

a/ ab(a + b) – bc(b + c) + ca(c + a) + abc

b/ a(b2 + c2) + b(c2 + a2) + c(a2 + b2) + 2abc

c/ (a – x)y3 – (a – y)x3 + (x – y)a3

d/ x(x2 –z2) + y(z2 – x2) + z(x2 – y2)

e/ (x + y + z)3 – x3 – v3 – z3

f/ xy2 – xz2 + yz2 – yx2 + zx2 – zy2

9/ CMR: A = (n + 1)4 + n4 + 1 chia hết cho một số chính phương khác 1 với n nguyên dương.

10/ CMR tích 4 số tự nhiên liên tiếp cộng thêm 1 là một số chính phương.

11/ Tìm các số nguyên a, b, c sao cho: (x + a)(x – 4) – 7 = (x + b)(x + c)

12/ Tìm các số hữu tỉ a, b, c sao cho x3 + ax2 + bx + c phân tích thành nhân tử được (x + a)(x + b)(x + c)

13/ Cho đa thức P(x) = 2x4 – 7x3 – 2x2 + 13 x + 6

          a/ Phân tích P(x) thành nhân tử

          b/ CMR: P(x) chia hết cho 6 với mọi x ∈∈ Z

14/ Cho đa thức P(x) = x4 – 3x3 + 5x2  - 9x + 6

          a/ Trong trường hợp x là một số nguyên dương. CMR: P(x) ⋮⋮ 6

          b/ Tìm giá trị của x để P(x) = 0

15/ Cho a + b + c = 1 và a2 + b2 + c2 = 1

          a/ Nếu xa=yb=zcxa=yb=zc; CMR xy + yz + zc = 0

          b/ Nếu a3 + b3 + c3 = 1 Tìm giá trị của a, b, c.

*Gợi ý: a/ áp dụng t/c của dãy tỉ số bằng nhau và HĐT*

*b/ Ap dụng kết quả câu 8e*

16/ Cho 3 số phân biệt a,b, c. CMR: A = a4(b – c) + b4(c –a) + c4(a –b) luôn khác 0

*Gợi ý: Phân tích A = ½(a – b)(a – c)(b – c)[(a + b)2 + (a + c)2 + (b + c)2] nên khác 0*

17/ Phân  tích thành nhân tử: A = 2a2b2 + 2b2c2 + 2a2c2 – a4 – b4 – c4

          CMR nếu a, b, c là 3 cạnh của tam giác thì A > 0

*Gợi ý: A = ( a + b + c)(a + b – c)( c + a – b)(c – a + b) chứng minh A>0*