**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ**

**Câu 1:** Cho hàm số  xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng . Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.** Nếu  đồng biến trên  thì hàm số không có cực trị trên .

**B.** Nếu  nghịch biến trên  thì hàm số không có cực trị trên .

**C.** Nếu  đạt cực trị tại điểm  thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  song song hoặc trùng với trục hoành.

**D.** Nếu  đạt cực đại tại  thì  đồng biến trên  và nghịch biến trên .

**Câu 2:** Cho khoảng  chứa điểm , hàm số  có đạo hàm trên khoảng  (có thể trừ điểm ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Nếu  không có đạo hàm tại  thì  không đạt cực trị tại .

**B.** Nếu  thì  đạt cực trị tại điểm .

**C.** Nếu  và  thì  không đạt cực trị tại điểm .

**D.** Nếu  và  thì  đạt cực trị tại điểm .

**Câu 3:** Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

**A.** Nếu  đổi dấu từ dương sang âm khi  qua điểm  và  liên tục tại  thì hàm số  đạt cực đại tại điểm .

**B.** Hàm số  đạt cực trị tại  khi và chỉ khi  là nghiệm của 

**C.** Nếu  và  thì  không là điểm cực trị của hàm số .

**D.** Nếu  và  thì hàm số đạt cực đại tại .

**Câu 4:** Cho hàm số  liên tục trên khoảng  và  là một điểm trên khoảng đó. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Nếu  bằng  tại  thì  là điểm cực trị của hàm số.

**B.** Nếu dấu của  đổi dấu từ dương sang âm khi  qua  thì  là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

**C.** Nếu dấu của  đổi dấu từ âm sang dương khi  qua  thì  là điểm cực tiểu của hàm số.

**D.** Nếu dấu của  đổi dấu từ âm sang dương khi  qua  thì  là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

**Câu 5:** Giả sử hàm số  có đạo hàm cấp hai trong khoảng  với  Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.** Nếu  và  thì  là điểm cực tiểu của hàm số.

**B.** Nếu  và  thì  là điểm cực đại của hàm số.

**C.** Nếu  và  thì  không là điểm cực trị của hàm số.

**D.** Nếu  và  thì chưa kết luận được  có là điểm cực trị của hàm số.

**Câu 6: (ĐỀ MINH HỌA 2016 - 2017)** Giá trị cực đại  của hàm số  là?

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 7:** Tìm điểm cực trị  của hàm số .

**A.**  hoặc . **B.**  hoặc .

**C.**  hoặc . **D.**  hoặc .

**Câu 8:** Tìm điểm cực đại  của hàm số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9:** Tìm các điểm cực trị của đồ thị của hàm số .

**A.**  hoặc . **B.**  hoặc .

**C.**  hoặc . **D.**  hoặc .

**Câu 10:** Biết rằng hàm số  đạt cực tiểu tại . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 11:** Gọi  lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12:** Gọi  lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số . Tính 

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Tính khoảng cách  giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14:** Cho hàm số . Giá trị cực đại của hàm số  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** 8. **D.** .

**Câu 15:** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.**  **B. ** **C.**  **D. **

**Câu 16: (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 17:** Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có  điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**B.** Đồ thị hàm số có  điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

**C.** Đồ thị hàm số có  điểm cực đại và  điểm cực tiểu.

**D.** Đồ thị hàm số có  điểm cực tiểu và  điểm cực đại.

**Câu 18: (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  với  là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

**A.** Phương trình  vô nghiệm trên tập số thực.

**B.** Phương trình  có đúng một nghiệm thực.

**C.** Phương trình  có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

**D.** Phương trình  có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

**Câu 19:** Tính diện tích  của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 20:** Cho hàm số  liên tục trên  với bảng xét dấu đạo hàm như sau:





























Hỏi hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 21:** Cho hàm số  xác định, liên tục trên  và có bảng biến thiên sau:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có ba giá trị cực trị. **B.** Hàm số có ba điểm cực trị.

**C.** Hàm số có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm 

**Câu 22:** Cho hàm số  liên tục tại  và có bảng biến thiên sau:



































Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

**Câu 23:** Cho hàm số  xác định và liên tục trên , có bảng biến thiên như sau:



























Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

**B.** Hàm số đã cho không có cực trị.

**C.** Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**Câu 24:** Cho hàm số  có bảng biến thiên sau:





























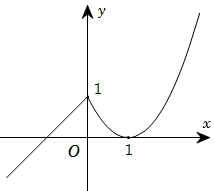




Hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 25:** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên.



Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

**Câu 26:** Hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên.



Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 27:** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên.

****

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 28:** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên.

****

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Câu 29: (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017)** Cho hàm số  xác định, liên tục trên đoạn  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số  đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 30:** Hỏi hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** Có hai điểm cực trị. **B.** Có một điểm cực trị.

**C.** Không có điểm cực trị. **D.** Có vô số điểm cực trị.

**Câu 31:** Hỏi hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** Không có điểm cực trị. **B.** Có một điểm cực trị.

**C.** Có hai điểm cực trị. **D.** Có ba điểm cực trị.

**Câu 32:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  có hai điểm cực trị.

**A.** . **B.** .

**C.**  **D.** .

**Câu 33:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  có cực trị.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 34:** Biết rằng hàm số  có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 35:** Tìm các giá trị của tham số  để hàm số  không có cực trị.

**A.** . **B.** , . **C.** . **D.** .

**Câu 36:** Cho hàm số . Tìm giá trị thực của tham số  để hàm số có hai điểm cực trị là  và .

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 37:** Cho hàm số  Biết  là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm cực đại  của đồ thị hàm số.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 38:** Cho hàm số . Biết ,  là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính giá trị của hàm số tại .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 39:** Biết rằng hàm số   nhận  là một điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. ** . **B. ** . **C. ** . **D. ** .

**Câu 40:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực trị tại .

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 41:** Biết rằng hàm số  có một điểm cực trị . Tìm điểm cực trị còn lại  của hàm số.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 42:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực đại tại .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 43:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực tiểu tại điểm .

**A.**  **B.** . **C.** , . **D.** ..

**Câu 44:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  đạt cực tiểu tại điểm 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** Không có 

**Câu 45:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có điểm cực tiểu .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 46:** Gọi  là hai điểm cực trị của hàm số . Tìm các giá trị của tham số  để 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 47:** Gọi  là hai điểm cực trị của hàm số . Tìm các giá trị thực của tham số  để 

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 48:** Cho hàm số . Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 49:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để  là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số.

**A. **. **B.** .

**C.** . **D.** Không tồn tại giá trị .

**Câu 50:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để khoảng cách từ điểm  đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  bằng 

**A. ** **B.** . **C.**  **D.** Không tồn tại .

**Câu 51:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng .

**A.** . **B. **.

**C. **. **D. **.

**Câu 52:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số có hai điểm cực trị  thỏa mãn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 53:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  thuộc đoạn  để hàm số  có hai điểm cực trị nằm trong khoảng .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 54:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có các điểm cực trị nhỏ hơn 

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 55:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Gọi  lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 56:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 57:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua đường thẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 58:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có điểm cực đại thuộc trục hoành.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 59:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có các giá trị cực trị trái dấu.

**A.** , . **B.** ,  **C.** . **D.** 

**Câu 60:** Cho hàm số  với  là tham số thực, có đồ thị là . Tìm tất cả các giá trị của  để  có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía đối với trục hoành.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 61:** Cho hàm số  và giả sử  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó, điều kiện nào sau đây cho biết đường thẳng  đi qua gốc tọa độ ?

**A.** . **B. **. **C.** . **D.** .

**Câu 62:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo với đường thẳng  một góc 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 63:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Câu 64:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  thỏa mãn .

**A. **. **B.**  hoặc .

**C.** . **D.** .

**Câu 65:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  sao cho  là trung điểm của đoạn thẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Câu 66:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị ,  sao cho ,  và  thẳng hàng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 67:** Tìm giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị ,  sao cho tam giác  vuông tại , với  là gốc tọa độ.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 68:** Cho hàm số  . Với điều kiện nào của các tham số  thì hàm số có ba điểm cực trị?

**A.**  cùng dấu và  bất kì. **B.**  trái dấu và  bất kì.

**C.**  và  bất kì. **D.**  và  bất kì.

**Câu 69:** Cho hàm số  . Với điều kiện nào của các tham số  thì hàm số có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 70:** Cho hàm số  . Với điều kiện nào của các tham số  thì hàm số có một điểm cực trị và là điểm cực tiểu.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 71:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có ba điểm cực trị.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 72:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  để hàm số  có một điểm cực tiểu.

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 73:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  có đúng một điểm cực trị.

**A.** . **B. **.

**C. **. **D.** .

**Câu 74:** Biết rằng đồ thị hàm số  có điểm cực tiểu là . Tính tổng 

**A.** . **B.**  **C.** . **D.** 

**Câu 75:** Biết rằng đồ thị hàm số  có điểm đại  và có điểm cực tiểu . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 76:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu, đồng thời khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 77:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị  thỏa mãn  với  là gốc tọa độ?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 78:** Cho hàm số  có đồ thị là . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để tất cả các điểm cực trị của  đều nằm trên các trục tọa độ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** , .

**Câu 79:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có ba điểm cực trị , ,  thỏa mãn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 80:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 81: (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số  sao cho đồ thị của hàm số  có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 82:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có một góc bằng .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 83:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 84:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 85: (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị của hàm số  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 86:** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 87:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có cực đại và cực tiểu.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 88:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  đạt cực đại tại 

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D.** .

**Câu 89:** Gọi  lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số  trên đoạn . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

**Câu 90:** Tìm giá trị cực đại  của hàm số  trên khoảng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 91:** Biết rằng trên khoảng  hàm số  đạt cực trị tại  và . Tính tổng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 92:** Hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Câu 93:** Biết rằng hàm số  có đạo hàm là . Hỏi hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 94:** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  và hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.** Hàm số  đạt cực đại tại điểm 

**B.** Hàm số  đạt cực tiểu tại điểm 

**C.** Hàm số  đạt cực tiểu tại điểm 

**D.** Hàm số  đạt cực đại tại điểm .

**Câu 95:** Hàm số  có đạo hàm  trên khoảng . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số  trên khoảng .



Hỏi hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI**

**Câu 1.** Cho hàm số  xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng . Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A**. Nếu  đồng biến trên  thì hàm số không có cực trị trên .

**B**. Nếu  nghịch biến trên  thì hàm số không có cực trị trên .

**C**. Nếu  đạt cực trị tại điểm  thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  song song hoặc trùng với trục hoành.

**D**. Nếu  đạt cực đại tại  thì  đồng biến trên  và nghịch biến trên .

**Lời giải.** Các Mệnh đề A, B, C đều đúng theo định nghĩa trong SGK.

Xét mệnh đề D. Vì mệnh đề này chưa chỉ rõ ngoài  là cực đại của  thì còn có cực trị nào khác nữa hay không. Nếu có thêm điểm cực đại (hoặc cực tiểu khác) thì tính đơn điệu của hàm sẽ bị thay đổi theo.

Có thể xét ví dụ khác: Xét hàm , hàm số này đạt cực đại tại , nhưng hàm số này không đồng biến trên  và cũng không nghịch biến trên  **Chọn D.**

**Câu 2.** Cho khoảng  chứa điểm , hàm số  có đạo hàm trên khoảng  (có thể trừ điểm ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A**. Nếu  không có đạo hàm tại  thì  không đạt cực trị tại .

**B**. Nếu  thì  đạt cực trị tại điểm .

**C**. Nếu  và  thì  không đạt cực trị tại điểm .

**D**. Nếu  và  thì  đạt cực trị tại điểm .

**Lời giải.** **Chọn D** vì theo định lí trong SGK. Các mệnh đề sau sai vì:

Mệnh đề A sai, ví dụ hàm  không có đạo hàm tại  nhưng đạt cực tiểu tại .

Mệnh đề B thiếu điều kiện  đổi dấu khi qua .

Mệnh đề C sai, ví dụ hàm  có  nhưng  là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

**A**. Nếu  đổi dấu từ dương sang âm khi  qua điểm  và  liên tục tại  thì hàm số  đạt cực đại tại điểm .

**B**. Hàm số  đạt cực trị tại  khi và chỉ khi  là nghiệm của 

**C**. Nếu  và  thì  không là điểm cực trị của hàm số .

**D**. Nếu  và  thì hàm số đạt cực đại tại .

**Lời giải.** **Chọn A** vì đúng theo lý thuyết SGK. Các mệnh đề sau sai vì:

Mệnh đề B thiếu điều kiện  đổi dấu khi qua .

Mệnh đề C sai, ví dụ hàm  có  nhưng  là điểm cực tiểu của hàm số.

Mệnh đề D sai. Sửa lại cho đúng là Nếu  và  thì hàm số đạt cực tiểu tại .

**Câu 4.** Cho hàm số  liên tục trên khoảng  và  là một điểm trên khoảng đó. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Nếu  bằng  tại  thì  là điểm cực trị của hàm số.

**B.** Nếu dấu của  đổi dấu từ dương sang âm khi  qua  thì  là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

**C.** Nếu dấu của  đổi dấu từ âm sang dương khi  qua  thì  là điểm cực tiểu của hàm số.

**D.** Nếu dấu của  đổi dấu từ âm sang dương khi  qua  thì  là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

**Lời giải.** Mệnh đề A sai (phải thêm điều kiện  đổi dấu khi qua ).

Mệnh đề B sai. Sửa lại cho đúng là Nếu dấu của  đổi dấu từ dương sang âm khi  qua  thì  là điểm cực đại của hàm số.

Mệnh đề C đúng, từ đó hiểu rõ tại sao D sai. (**Phân biệt điểm cực tiểu của hàm số và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số**). **Chọn C.**

**Câu 5.** Giả sử hàm số  có đạo hàm cấp hai trong khoảng  với  Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.** Nếu  và  thì  là điểm cực tiểu của hàm số.

**B.** Nếu  và  thì  là điểm cực đại của hàm số.

**C.** Nếu  và  thì  không là điểm cực trị của hàm số.

**D.** Nếu  và  thì chưa kết luận được  có là điểm cực trị của hàm số.

**Lời giải.** **Chọn C.**

**Câu 6. (ĐỀ MINH HỌA 2016 - 2017)** Giá trị cực đại  của hàm số  là?

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. 

**Lời giải.** Ta có 

Do đó giá trị cực đại của hàm số là . **Chọn A.**

**Câu 7.** Tìm điểm cực trị  của hàm số .

**A**.  hoặc . **B**.  hoặc .

**C**.  hoặc . **D**.  hoặc .

**Lời giải.** Ta có  **Chọn D.**

**Câu 8.** Tìm điểm cực đại  của hàm số .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Vậy hàm số đạt cực đại tại . **Chọn A.**

**Câu 9.** Tìm các điểm cực trị của đồ thị của hàm số .

**A**.  hoặc . **B**.  hoặc .

**C**.  hoặc . **D**.  hoặc .

**Lời giải.** Ta có  **Chọn C.**

**Câu 10.** Biết rằng hàm số  đạt cực tiểu tại . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Vẽ bảng biến thiên, ta kết luận được . **Chọn A.**

**Câu 11.** Gọi  lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có  Do đó . **Chọn D.**

**Câu 12.** Gọi  lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số . Tính 

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Suy ra . **Chọn C.**

**Câu 13.** Tính khoảng cách  giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có ; 

Khi đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  và .

Suy ra. **Chọn A.**

**Câu 14.** Cho hàm số . Giá trị cực đại của hàm số  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** 8. **D.** .

**Lời giải.** Ta có .

Tính .

Vẽ bảng biến thiên, ta thấy  đạt cực đại tại , giá trị cực đại .

**Chọn C.**

Nhận xét. Rất nhiều học sinh đọc đề không kỹ đi tìm giá trị cực đại của hàm số  và dẫn tới chọn đáp án D.

**Câu 15.** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.**  **B. ** **C.**  **D. **

**Lời giải.** Ta có 

Suy ra đồ thị hàm số đã hai điểm cực trị là  và .

Khi đó, đường thẳng đi qua hai điểm cực trị chính là đường thẳng  có phương trình  **Chọn B.**

**Cách 2.** Lấy  chia cho , ta được .

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là phần dư trong phép chia, đó là .

**Câu 16.** **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số  để đường thẳng  vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Xét hàm , có 

Suy ra  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Suy ra đường thẳng  có một VTCP là VTPT 

Đường thẳng  có một VTCP là 

Ycbt  **Chọn D.**

**Câu 17.** Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A**. Đồ thị hàm số có  điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**B**. Đồ thị hàm số có  điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

**C**. Đồ thị hàm số có  điểm cực đại và  điểm cực tiểu.

**D**. Đồ thị hàm số có  điểm cực tiểu và  điểm cực đại.

**Lời giải.** Ta có 

Vẽ phát họa bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có  điểm cực tiểu và  điểm cực đại. **Chọn D.**

**Cách 2.** Ta có  đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Vì  nên đồ thị có dạng chữ M. Từ đó suy ra đồ thị hàm số có  điểm cực tiểu và  điểm cực đại.

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 18.** **(ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  với  là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?  **A.** Phương trình  vô nghiệm trên tập số thực.  **B.** Phương trình  có đúng một nghiệm thực.  **C.** Phương trình  có đúng hai nghiệm thực phân biệt.  **D.** Phương trình  có đúng ba nghiệm thực phân biệt. |  |

**Lời giải.** Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị  phương trình  có đúng ba nghiệm thực phân biệt với  là các số thực. **Chọn D.**

**Câu 19.** Tính diện tích  của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số .

**A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Ta có 

Suy ra đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là .

Gọi  là trung điểm  Khi đó  **Chọn B.**

**Câu 20.** Cho hàm số  liên tục trên  với bảng xét dấu đạo hàm như sau:





























Hỏi hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

**Lời giải.** Nhận thấy  đổi dấu khi qua  và  nên hàm số có 2 điểm cực trị. ( không phải là điểm cực trị vì  không đổi dấu khi qua ). **Chọn A.**

**Câu 21.** Cho hàm số  xác định, liên tục trên  và có bảng biến thiên sau:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có ba giá trị cực trị.

**B.** Hàm số có ba điểm cực trị.

**C.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm 

**Lời giải.** Dựa vào đồ thị hàm số, ta có các nhận xét sau:

⏺ Hàm số có ba điểm cực trị, gồm các điểm  vì đạo hàm  đổi dấu đi qua các điểm đó.

⏺ Hàm số đạt cực đại tại , đạt cực tiểu tại 

**Chọn B.** (đáp án A sai vì hàm số chỉ có hai giá trị cực trị là  và . Nói đến đồ thị hàm số thì khi đó mới có ba điểm cực trị là )

**Câu 22.** Cho hàm số  liên tục tại  và có bảng biến thiên sau:



































Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

**B.** Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

**C.** Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

**Lời giải.** ● Tại  hàm số  không xác định nên không đạt cực trị tại điểm này.

● Tại  thì dễ thấy hàm số đạt cực đại tại điểm này.

● Tại , hàm số không có đạo hàm tại  nhưng liên tục tại  thì hàm số vẫn đạt cực trị tại  và theo như bảng biến thiên thì đó là cực tiểu.

Vậy hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu. **Chọn D.**

**Câu 23.** Cho hàm số  xác định và liên tục trên , có bảng biến thiên như sau:



























Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

**B.** Hàm số đã cho không có cực trị.

**C.** Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**D.** Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

⏺  đổi dấu từ  sang  khi đi qua điểm  nhưng tại  hàm số  không xác định nên  không phải là điểm cực đại.

⏺  đổi dấu từ  sang  khi đi qua điểm  suy ra  là điểm cực tiểu của hàm số. **Chọn A.**

**Câu 24\*.** Cho hàm số  có bảng biến thiên sau:

































Hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại một điểm duy nhất và đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị suy ra đồ thị hàm số  có  điểm cực trị. **Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 25.** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?  **A.** 0. **B.** 1.  **C.** 3. **D.** 2. |  |

**Lời giải.** Dễ nhận thấy hàm số có một điểm cực trị là điểm cực tiểu tại 

Xét hàm số  trên khoảng , ta có  với mọi . Suy ra  là điểm cực đại của hàm số.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị. **Chọn D.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 26.** Hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** . |  |

**Lời giải.** Dễ nhận thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua 

Vấn đề nằm ở chỗ là điểm có đồ thị gấp khúc có phải là điểm cực trị của đồ thị hàm số hay không? Câu trả lời là có (tương tự lời giải thích như câu 25).

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị, gồm 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. **Chọn A.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 27.** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?  **A.** 2.  **B.** 3.  **C.** 4.  **D.** 5. |  |

**Lời giải.** **Chọn D.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 28.** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?  **A.** 2.  **B.** 3.  **C.** 4.  **D.** 5. |  |

**Lời giải.** **Chọn D.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 29. (ĐỀ THỬ NGHIỆM 2016 – 2017)** Cho hàm số  xác định, liên tục trên đoạn  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số  đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** |  |

**Lời giải.** **Chọn B.**

**Câu 30.** Hỏi hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** Có hai điểm cực trị. **B.** Có một điểm cực trị.

**C.** Không có điểm cực trị. **D.** Có vô số điểm cực trị.

**Lời giải.** Hàm số xác định trên  và có đạo hàm 

Ta có  đổi dấu khi qua .

Vậy  là điểm cực tiểu của hàm số. **Chọn B.**

**Câu 31.** Hỏi hàm số  có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** Không có điểm cực trị. **B.** Có một điểm cực trị.

**C.** Có hai điểm cực trị. **D.** Có ba điểm cực trị.

**Lời giải.** TXĐ: 

Ta có . Suy ra .

Lập bảng biến thiên ta thấy  chỉ đổi dấu khi qua 

Vậy hàm số có một điểm cực trị. **Chọn B.**

**Câu 32.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  có hai điểm cực trị.

**A**. . **B**. .

**C**.  **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Để hàm số có hai điểm cực trị  có hai nghiệm phân biệt

 **Chọn C.**

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  có cực trị.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải.** Nếu  thì : Hàm bậc hai luôn có cực trị.

Khi , ta có .

Để hàm số có cực trị khi và chỉ khi phương trình  có hai nghiệm phân biệt 

Hợp hai trường hợp ta được . **Chọn D.**

Nhận xét. Sai lầm thường gặp là không xét trường hợp  dẫn đến chọn đáp án B.

**Câu 34**. Biết rằng hàm số  có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Có  

Để hàm số đã cho đạt cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi  có hai nghiệm phân biệt

. **Chọn A.**

**Câu 35**. Tìm các giá trị của tham số  để hàm số  không có cực trị.

**A**. . **B**. , . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** ● Nếu  thì . Đây là một Parabol nên luôn có một cực trị.

● Nếu , ta có .

Để hàm số có không có cực trị khi  có nghiệm kép hoặc vô nghiệm

 **Chọn C.**

**Câu 36**. Cho hàm số . Tìm giá trị thực của tham số  để hàm số có hai điểm cực trị là  và .

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Yêu cầu bài toán  có hai nghiệm  hoặc 

. **Chọn C.**

**Câu 37.** Cho hàm số  Biết  là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm cực đại  của đồ thị hàm số.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Đạo hàm  và .

Điểm  là điểm cực tiểu 

Khi đó .

Ta có 

Suy ra  là điểm cực đại của đồ thị hàm số. **Chọn B.**

**Câu 38.** Cho hàm số . Biết ,  là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính giá trị của hàm số tại .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.** Ta có .

Vì  là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

Giải hệ  và , ta được  **Chọn D.**

**Câu 39.** Biết rằng hàm số   nhận  là một điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. ** . **B. ** . **C. ** . **D. ** .

**Lời giải.** Ta có .

Hàm số nhận  là một điểm cực trị nên suy ra 

. **Chọn C.**

**Câu 40**. Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực trị tại .

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Yêu cầu bài toán  có hai nghiệm phân biệt 

 **Chọn A.**

**Câu 41.** Biết rằng hàm số  có một điểm cực trị . Tìm điểm cực trị còn lại  của hàm số.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. 

**Lời giải.** Ta có .

Để hàm số có hai điểm cực trị  có hai nghiệm phân biệt

Theo giả thiết:  (thỏa mãn ).

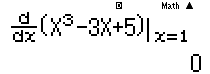
Với  thì  **Chọn B.**

**Câu 42.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực đại tại .

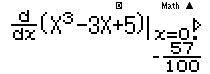
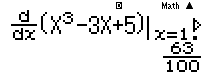
**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Thử từng đáp án.

● Kiểm tra khi  thì hàm số có đạt cực đại tại  không



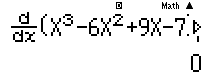
Và tiếp theo tính tại  (cho ) và  (cho )

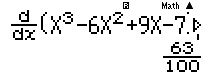
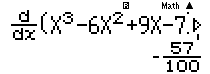
Vậy  đổi dấu từ âm sang dương qua giá trị  là điểm cực tiểu.

 loại  Đáp án A hoặc D sai.

● Tương tự kiểm tra khi 



Và tiếp theo tính tại  (cho ) và  (cho )

Ta thấy  đổi dấu từ dương sang âm qua giá trị  là điểm cực đại.

 thỏa mãn  Đáp án B chính xác. **Chọn B.**

**Câu 43**. Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số đạt cực tiểu tại điểm .

**A**.  **B**. . **C**. , . **D**. 

**Lời giải.** Ta có .

Vì  là điểm cực tiểu của hàm số 

Thử lại ta thấy chỉ có giá trị  thỏa mãn  đổi dấu từ  sang  khi qua . **Chọn B.**

**Câu 44.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  đạt cực tiểu tại điểm 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** Không có 

**Lời giải.** Đạo hàm  và .

**Riêng hàm bậc ba**, yêu cầu bài toán tương đương với 

: vô nghiệm. **Chọn D.**

**Cách trắc nghiệm.** Thay ngược đáp án nhưng lâu hơn cách tự luận.

**Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có điểm cực tiểu .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.** ● Nếu  thì : Hàm hằng nên không có cực trị.

● Với , ta có 

▪  đổi dấu từ  sang  khi qua hàm số đạt cực tiểu tại điểm . Do đó  thỏa mãn.

▪  đổi dấu từ  sang  khi qua hàm số đạt cực đại tại điểm . Do đó  không thỏa mãn.

**Chọn B.**

Nhận xét. Nếu dùng  mà bổ sung thêm điều kiện  nữa thì được, tức là giải hệ . Như vậy, khi gặp hàm  mà chưa chắc chắn hệ số  thì cần xét hai trường hợp  và  (giải hệ tương tự như trên).

**Câu 46.** Gọi  là hai điểm cực trị của hàm số . Tìm các giá trị của tham số  để 

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Do  nên hàm số luôn có hai điểm cực trị .

Theo định lí Viet, ta có .

Yêu cầu bài toán .

**Chọn D.**

**Câu 47.** Gọi  là hai điểm cực trị của hàm số . Tìm các giá trị thực của tham số  để 

**A**. ****. **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Do  nên hàm số luôn có hai điểm cực trị .

Theo Viet, ta có . Mà .

Suy ra . **Chọn A.**

**Câu 48.** Cho hàm số . Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Suy ra tọa độ hai điểm cực trị là  và .

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm  có phương trình . **Chọn B.**

**Câu 49.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để  là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số.

**A. **. **B.** .

**C.** . **D.** Không tồn tại giá trị .

**Lời giải.** Đạo hàm 

Để hàm số có hai điểm cực trị  khi và chỉ khi  

Gọi  và  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khi đó theo định lí Viet, ta có 

Yêu cầu bài toán : không thỏa mãn . **Chọn D.**

Nhận xét. Qua khảo sát 99% học sinh chọn đáp án A, lý do là quên điều kiện để có hai cực trị. Tôi cố tình ra giá trị  đúng ngay giá trị loại đi.

Nếu gặp bài toán không ra nghiệm đẹp như trên thì ta giải như sau:  là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba  khi và chỉ khi  có hai nghiệm phân biệt () và 

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để khoảng cách từ điểm  đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  bằng 

**A**. **** **B**. . **C**.  **D**. Không tồn tại .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có hai điểm cực trị  có hai nghiệm phân biệt . 

Thực hiện phép chia  cho  ta được phần dư , nên đường thẳng  chính là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán .

Đối chiếu điều kiện , ta chọn . **Chọn B.**

**Câu 51.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng .

**A.** . **B. **.

**C. **. **D. **.

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có hai cực trị  có hai nghiệm phân biệt .

● Nếu , ycbt .

● Nếu , ycbt .

Vậy . **Chọn A.**

**Câu 52.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để hàm số có hai điểm cực trị  thỏa mãn .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Yêu cầu bài toán  có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

 **Chọn B.**

Nhận xét. Nhắc lại kiến thức lớp dưới phương trình  có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

**Câu 53.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  thuộc đoạn  để hàm số  có hai điểm cực trị nằm trong khoảng .

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Ta có: 

Yêu cầu bài toán  có hai nghiệm dương phân biệt



 có  giá trị. **Chọn B.**

**Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có các điểm cực trị nhỏ hơn 

**A**. . **B**. .

**C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Yêu cầu bài toán  có hai nghiệm phân biệt 



. **Chọn D.**

**Câu 55**. Cho hàm số  với  là tham số thực. Gọi  lần lượt là hoành độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Vậy . **Chọn D.**

Nhận xét. Nếu phương trình  không ra nghiệm đẹp như trên thì ta dùng công thức tổng quát 

**Câu 56**. Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Do  nên hàm số luôn có hai điểm cực trị  với  là hai nghiệm của phương trình . Theo định lí Viet, ta có 

Gọi  và  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán  (do )

 **Chọn D.**

**Câu 57**. Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua đường thẳng .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có .

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị .

Khi đó gọi  và  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Suy ra trung điểm của  là điểm và.

Đường thẳng  có một vectơ chỉ phương là 

Ycbt  **Chọn D.**

**Câu 58.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có điểm cực đại thuộc trục hoành.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Đạo hàm 

Do  nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Do  hoành độ điểm cực đại là  nên 

Yêu cầu bài toán : thỏa mãn. **Chọn B.**

**Câu 59.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có các giá trị cực trị trái dấu.

**A**. , . **B**. , 

**C**. . **D**. 

**Lời giải.** Ta có 

Yêu cầu bài toán . **Chọn C.**

**Câu 60.** Cho hàm số  với  là tham số thực, có đồ thị là . Tìm tất cả các giá trị của  để  có các điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía đối với trục hoành.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.** Đạo hàm . Ta có .

Hàm số có cực đại và cực tiểu khi 

Ta có 

Gọi  là hoành độ của hai điểm cực trị khi đó 

Theo định lí Viet, ta có 

Hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi 



: thỏa mãn. **Chọn C.**

**Câu 61.** Cho hàm số  và giả sử  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó, điều kiện nào sau đây cho biết đường thẳng  đi qua gốc tọa độ ?

**A.** . **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải.** Ta có .

Thực hiện phép chia  cho , ta được .

Suy ra phương trình đường thẳng  là: .

Do  đi qua gốc tọa độ . **Chọn C.**

**Câu 62.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo với đường thẳng  một góc 

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải.** Ta có 

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị  phương trình  có hai nghiệm phân biệt 

Ta có 

 đường thẳng đi qua hai điểm cực trị  và  là 

Đường thẳng  có một VTPT là 

Đường thẳng  có một VTPT là 

Ycbt 

 thỏa mãn. **Chọn A.**

**Câu 63.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải.** Đạo hàm 

Yêu cầu bài toán  phương trình  có hai nghiệm  phân biệt và cùng dấu **Chọn A.**

**Câu 64.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  thỏa mãn .

**A**. ****. **B**. , .

**C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có hai điểm cực trị 

Tọa độ các điểm cực trị là  và .

Suy ra 

Ycbt 

thỏa. **Chọn B.**

**Câu 65**. Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  sao cho  là trung điểm của đoạn thẳng .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. 

**Lời giải.** Ta có 

Đề đồ thị hàm số có hai điểm cực trị .

Khi đó tọa độ hai điểm cực trị là  và .

Do  là trung điểm của  nên 

 thỏa mãn. **Chọn C.**

**Câu 66**. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị ,  sao cho ,  và  thẳng hàng.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Hàm số có hai điểm cực trị  có hai nghiệm phân biệt 

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:  và .

Suy ra , .

Theo giả thiết ,  và  thẳng hàng 

**Chọn D.**

**Câu 67**. Tìm giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị ,  sao cho tam giác  vuông tại , với  là gốc tọa độ.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có hai điểm cực trị  có hai nghiệm phân biệt 

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:  và .

Yêu cầu bài toán  **Chọn C.**

**Câu 68.** Cho hàm số  . Với điều kiện nào của các tham số  thì hàm số có ba điểm cực trị?

**A**.  cùng dấu và  bất kì. **B**.  trái dấu và  bất kì.

**C**.  và  bất kì. **D**.  và  bất kì.

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị  có hai nghiệm phân biệt khác 

. Khi đó  trái dấu và  bất kì. **Chọn B.**

**Câu 69.** Cho hàm số  . Với điều kiện nào của các tham số  thì hàm số có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại?

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có một điểm cực tiểu và hai điểm cực đại . **Chọn B.**

**Câu 70.** Cho hàm số  . Với điều kiện nào của các tham số  thì hàm số có một điểm cực trị và là điểm cực tiểu.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có một điểm cực trị  vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 

. 

Khi đó, để điểm cực trị này là điểm cực tiểu thì . 

Từ  và , suy ra . **Chọn D.**

**Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có ba điểm cực trị.

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị  có ba nghiệm phân biệt 

**Chọn C.**

**Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có một điểm cực tiểu.

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải.** **TH1.** Với , khi đó  có đồ thị là một parabol có bề lõm quay lên nên hàm số có duy nhất một điểm cực tiểu.

 thỏa mãn.

**TH2.** Với , ycbt : đúng với 

 thỏa mãn.

**TH3.** Với , ycbt .

 thỏa mãn.

Hợp các trường hợp ta được . **Chọn D.**

Nhận xét. Bài toán hỏi hàm số có một điểm cực tiểu nên hàm số có thể có điểm cực đại hoặc không có điểm cực đại. Khi nào bài toán hỏi hàm số có đúng một cực tiểu và không có cực đại thì lúc đó ta chọn đáp án B.

**Câu 73.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  có đúng một điểm cực trị.

**A**. . **B**. ****.

**C**. ****. **D**. .

**Lời giải.** ● Nếu  thì  là hàm bậc hai nên chỉ có duy nhất một cực trị.

● Khi , ta có .

Để hàm số có đúng một điểm cực trị khi .

Kết hợp hai trường hợp ta được . **Chọn D.**

**Câu 74.** Biết rằng đồ thị hàm số  có điểm cực tiểu là . Tính tổng 

**A**. . **B**.  **C**. . **D**. 

**Lời giải.** Ta có  và .

Do  là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nên 



Thử lại với .

Tính đạo hàm và lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại  (thỏa).

Vậy  **Chọn B.**

**Câu 75.** Biết rằng đồ thị hàm số  có điểm đại  và có điểm cực tiểu . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Ta có .

Đồ thị có điểm cực đại  

Đồ thị có điểm cực tiểu  

Giải hệ gồm  và , ta được 

Thử lại với . Tính đạo hàm và lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại , đạt cực tiểu tại : thỏa mãn. **Chọn B.**

**Câu 76.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu, đồng thời khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Suy ra đồ thị có hai điểm cực tiểu là  và .

Khi đó . Dấu  xảy ra . **Chọn B.**

**Câu 77.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị  thỏa mãn  với  là gốc tọa độ?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Để hàm số có ba điểm cực trị 

Khi dó .

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:



Ycbt  có một giá trị nguyên.

**Chọn B.**

**Câu 78.** Cho hàm số  có đồ thị là . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để tất cả các điểm cực trị của  đều nằm trên các trục tọa độ.

**A**. . **B**. .

**C**. . **D**. , .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị .

Tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

,  và .

Yêu cầu bài toán  **Chọn B.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt 

Cho hàm trùng phương . Khi đó:

|  |  |
| --- | --- |
| **có  cực trị** | **có  cực trị** |
| |  |  | | --- | --- | | :  cực tiểu | :  cực đại | | |  |  | | --- | --- | | :  cực đại,  cực tiểu | :  cực đại,  cực tiểu | |

Xét trường hợp có ba cực trị  tọa độ các điểm cực trị



● ,  với .

● Phương trình qua điểm cực trị:  và 

● Gọi , luôn có .

● Diện tích tam giác  là 

● Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  là 

● Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  là 

|  |  |
| --- | --- |
| **Dữ kiện** | **Công thức thỏa** |
| **1)** |  |
| **2)** |  |
| **3)** |  |
| **4)** |  |
| **5)**  nội tiếp |  |
| **6)**  là hình thoi |  |
| ---------------------------------------------------------- | **------------------------------------** |
| **7)** Tam giác vuông cân tại |  |
| **8)** Tam giác đều |  |
| **9)** Tam giác có góc |  |
| **10)** Tam giác có  góc nhọn |  |
| **11)** Tam giác có diện tích |  |
| **12)** Tam giác có trọng tâm |  |
| **14)** Tam giác có trực tâm |  |
| **16)** Tam giác có  là tâm đường tròn nội tiếp |  |
| **17)** Tam giác có  là tâm đường tròn ngoại tiếp |  |
| **18)** Tam giác có điểm cực trị cách đều trục hoành |  |

Đồ thị hàm số  cắt trục hoành tại  điểm lập thành một cấp số cộng thì điều kiện là 

**Câu 79.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có ba điểm cực trị , ,  thỏa mãn .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị  có ba nghiệm phân biệt .

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

 và .

Ycbt:  (thỏa mãn). **Chọn C.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt: 

**Câu 80.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có ; .

Để hàm số có ba điểm cực trị  có ba nghiệm phân biệt .

Suy ra tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

 và .

Khi đó  và .

Ycbt  **Chọn B.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt 

**Câu 81.** **(ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017)** Tìm giá trị thực của tham số  sao cho đồ thị của hàm số  có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

**A**. ****. **B**. ****. **C**. ****. **D**. ****.

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị 

Khi đó, toạ độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:



Ycbt  **Chọn B.**

**Câu 82.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có một góc bằng .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị .

Khi đó, tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là:



Do tam giác  cân tại  nên ycbt 



**Chọn C.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Áp dụng công thức giải nhanh  (với ,  là điểm cực trị thuộc ), ta được 

: thỏa mãn.

**Câu 83.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị .

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là:

,  và .

Suy ra tọa độ trọng tâm của tam giác  là .

Ycbt:  **Chọn D.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt: 

**Câu 84.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều.

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị 

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:



Do dam giác  cân tại  nên yêu cầu bài toán 



**Chọn B.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt 

**Câu 85. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị của hàm số  có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị 

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là: 

Tam giác  cân tại , suy ra .

Theo bài ra, ta có  **Chọn D.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt 

**Câu 86.** Cho hàm số  với  là tham số thực. Tìm giá trị của  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải.** Ta có 

Để hàm số có ba điểm cực trị 

Khi đó tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

.

Suy ra , .

Ta có 

.

Đặt  ta được phương trình  **Chọn D.**

**Cách áp dụng công thức giải nhanh:** Điều kiện để có ba cực trị 

Ycbt 

**Câu 87.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  có cực đại và cực tiểu.

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Tập xác định: . Đạo hàm 

Đặt 

Để hàm số có cực đại và cực tiểu  có hai nghiệm phân biệt khác 

 **Chọn D.**

**Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để hàm số  đạt cực đại tại 

**A**.  . **B**.  . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** TXĐ: . Đạo hàm 

Hàm số đạt cực đại tại 

Thử lại với  thì hàm số đạt cực tiểu tại : không thỏa mãn.

Thử lại với  thì hàm số đạt cực đại tại : thỏa mãn. **Chọn B.**

**Câu 89.** Gọi  lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số  trên đoạn . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A. ** **B. **

**C. ** **D. **

**Lời giải.** Ta có  và .

Xét trên đoạn , ta có 

Do  và .

Vậy  **Chọn C.**

**Câu 90.** Tìm giá trị cực đại  của hàm số  trên khoảng .

**A**. . **B**. . **C**. . **D**. .

**Lời giải.** Đạo hàm  và .

Xét trên khoảng , ta có 

Do đó  và .

Vậy giá trị cực đại của hàm số là  **Chọn C.**

**Câu 91.** Biết rằng trên khoảng  hàm số  đạt cực trị tại  và . Tính tổng 

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Lời giải.** Đạo hàm .

Hàm số đạt cực trị tại  và  nên 

 **Chọn C.**

**Câu 92.** Hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải.** Đạo hàm 



Phương trình có 4 nghiệm đơn nên hàm số có 4 điểm cực trị. **Chọn B.**

**Câu 93.** Biết rằng hàm số  có đạo hàm là . Hỏi hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.** Ta có . Tuy nhiên lại xuất hiện nghiệm kép tại (nghiệm kép thì  qua nghiệm không đổi dấu) nên hàm số đã cho có ba điểm cực trị. **Chọn B.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 94.** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  và hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?  **A.** Hàm số  đạt cực đại tại điểm  **B.** Hàm số  đạt cực tiểu tại điểm  **C.** Hàm số  đạt cực tiểu tại điểm  **D.** Hàm số  đạt cực đại tại điểm . |  |

**Lời giải.** Dựa vào đồ thị hàm số , ta có các nhận xét sau:

⏺  đổi dấu từ  sang  khi đi qua điểm  suy ra  là điểm cực trị và là **điểm cực tiểu** của hàm số 

⏺  không đổi dấu khi đi qua điểm  suy ra  không là các điểm cực trị của hàm số 

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm  **Chọn C.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 95.** Hàm số  có đạo hàm  trên khoảng . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số  trên khoảng . Hỏi hàm số  có bao nhiêu điểm cực trị?  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |  |

**Lời giải.** Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình  chỉ có một nghiệm đơn (cắt trục hoành tại một điểm) và hai nghiệm kép (tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm) nên  chỉ đổi dấu khi qua nghiệm đơn. Do đó suy ra hàm số  có đúng một cực trị. **Chọn B.**

Nhận xét. Đây là một dạng toán suy ngược đồ thị.